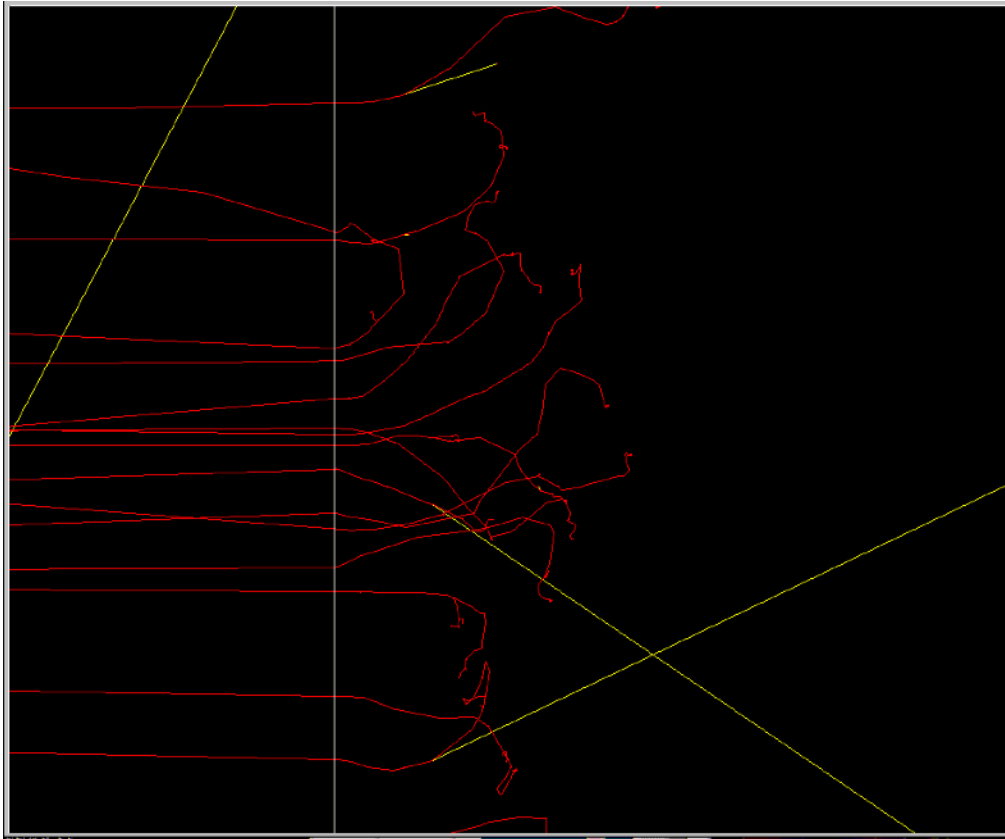


電子の物質中での輸送計算



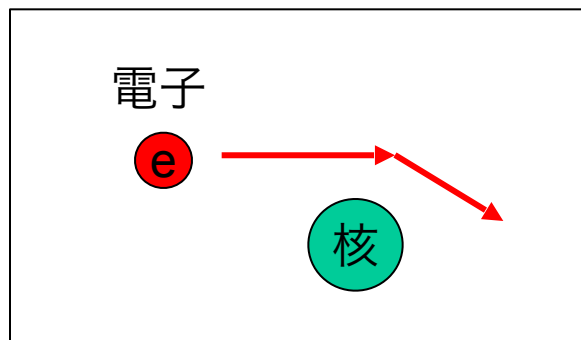
- ▶ 相互作用
- ▶ 近似
- ▶ 輸送方法

(KEK) 波戸、平山 (ミシガン大) A.F.Bielajew

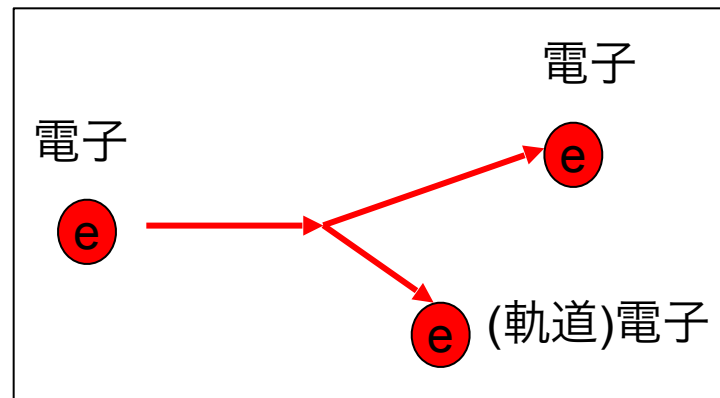
Last modified on 2022.8.8

電子の相互作用と輸送の概要

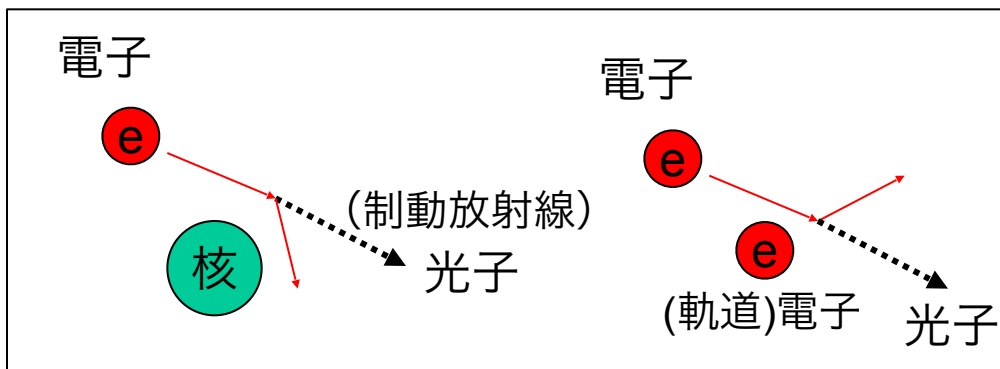
電子が物質中に入射された時の相互作用



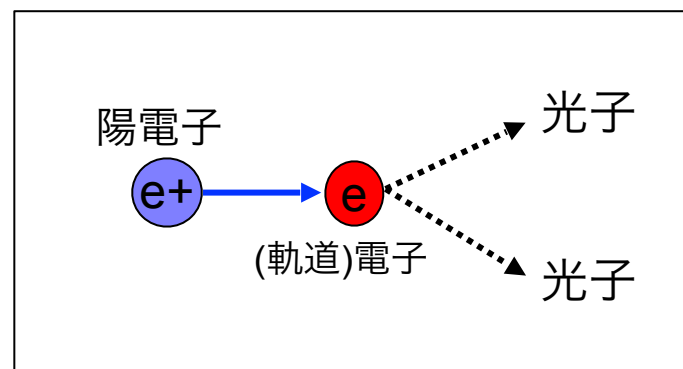
1. 原子核による電子の散乱
ラザフォード散乱：方向を変える



2. 電子と(軌道)電子の衝突
エネルギーを失う

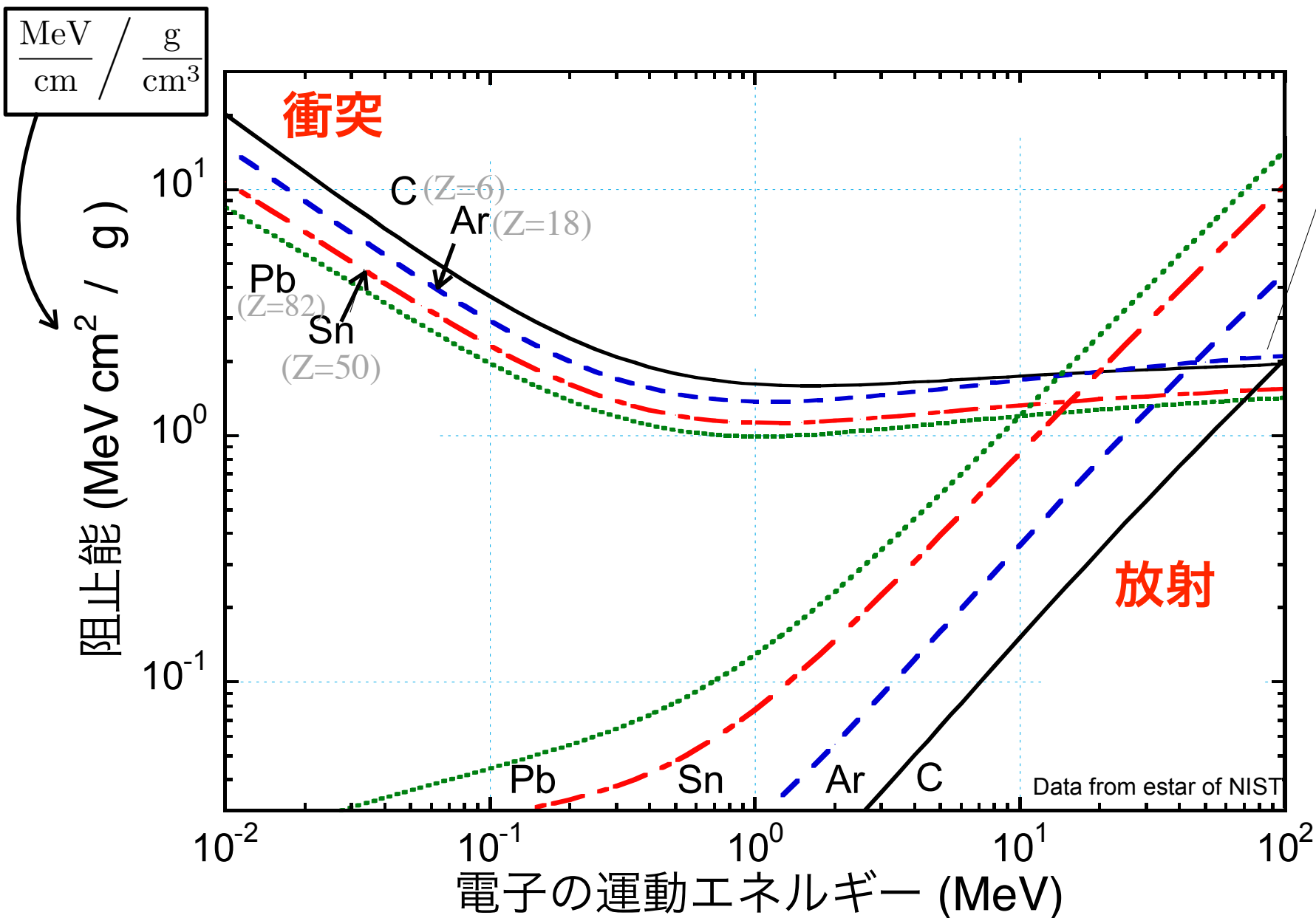


3. 制動放射の発生



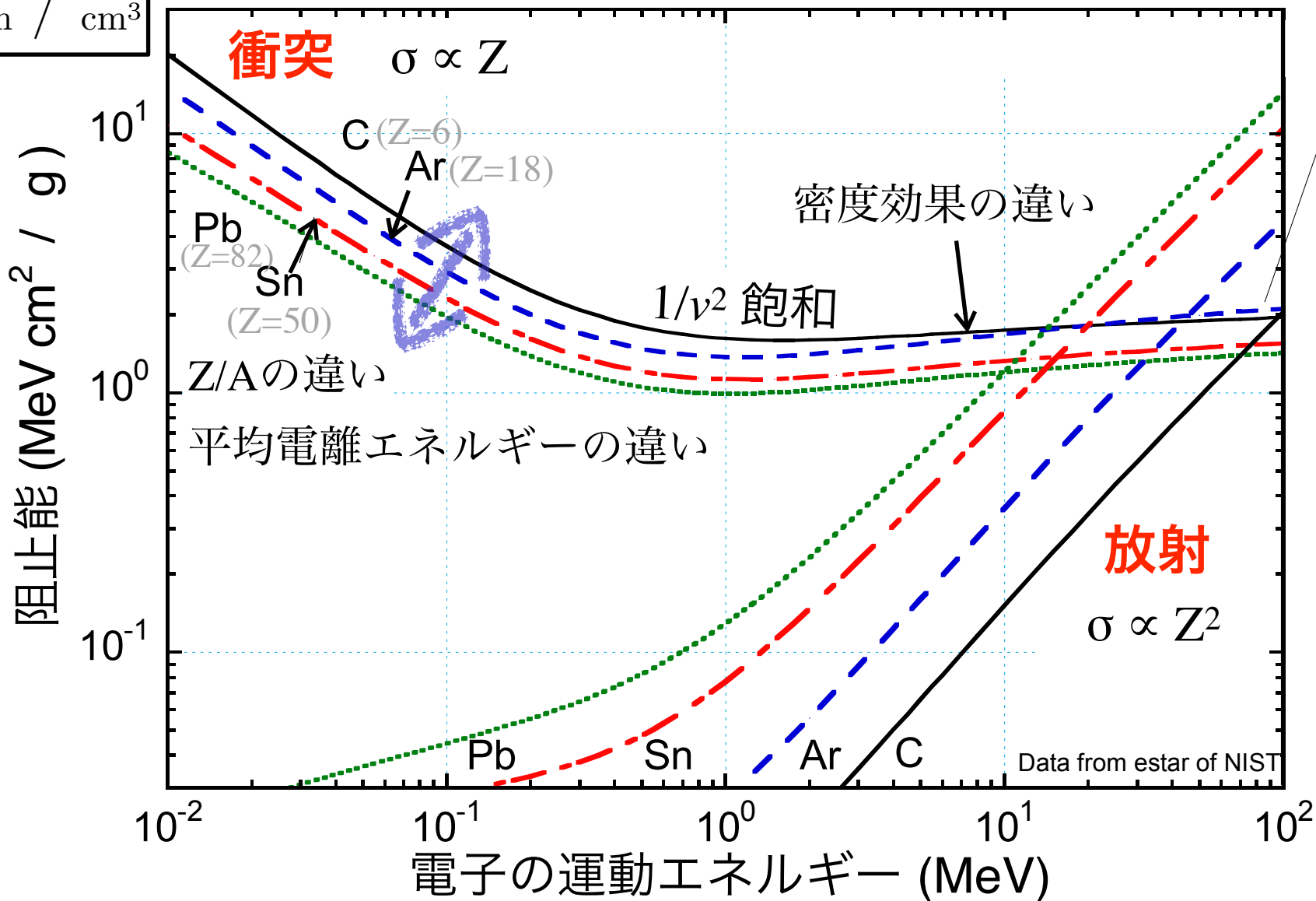
4. 電子・陽電子の対消滅

物質中での電子のエネルギー変化（阻止能）



物質中での電子のエネルギー変化（阻止能）

$$\frac{\text{MeV}}{\text{cm}} \Big/ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$



電子輸送の近似

現実

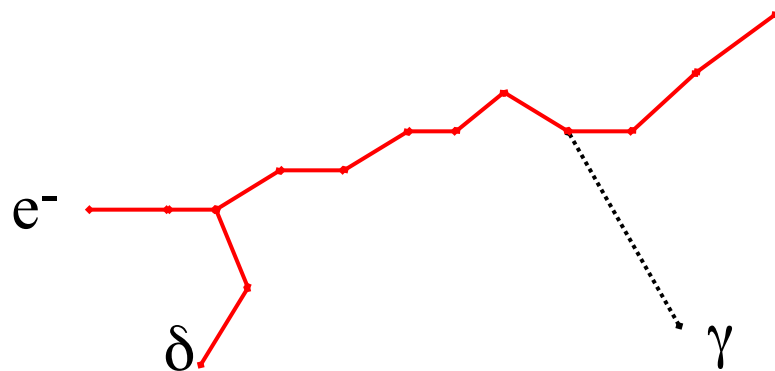
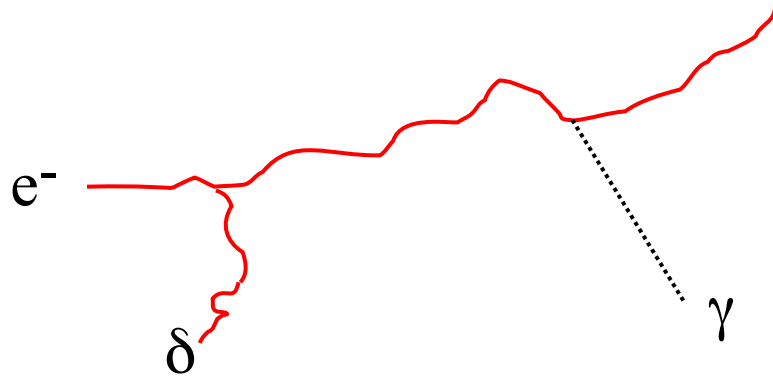
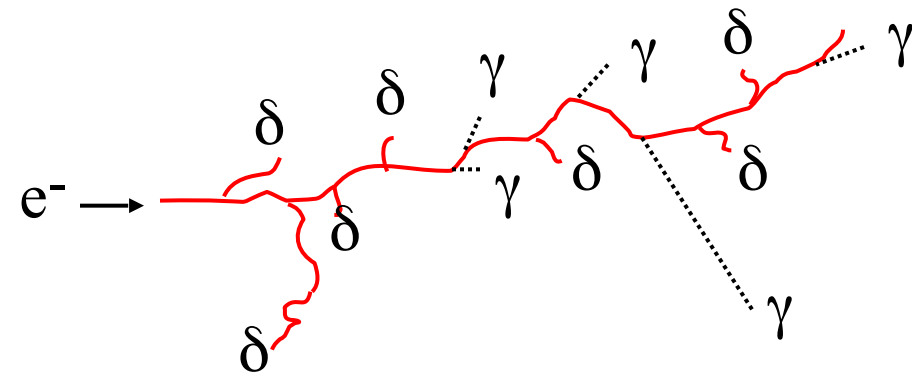
平均自由行程 $\mu\text{m-nm}$ オーダー
全ステップの計算は不可能

連続減速近似

しきいエネルギー以上のみサンプリングする

多重散乱近似

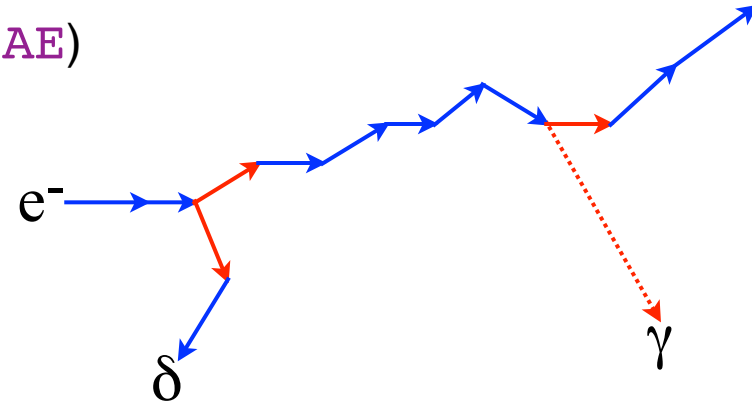
モリエール理論などで
多重散乱角 $\theta_{\text{MS}}(E, Z, t)$ を計算



EGSでは、しきいエネルギー (AE_{Electron} , AP_{Photon}) を用いて 「個別サンプリング」と「連続近似」を両立させている

● 個別にサンプリングするもの

- しきいエネルギー以上の2次粒子を生成する反応
- モラー/バーバー散乱 (2次粒子エネルギー $> AE$)
- 制動放射 (光子エネルギー $> AP$)
- 飛行中および静止時の陽電子の対消滅

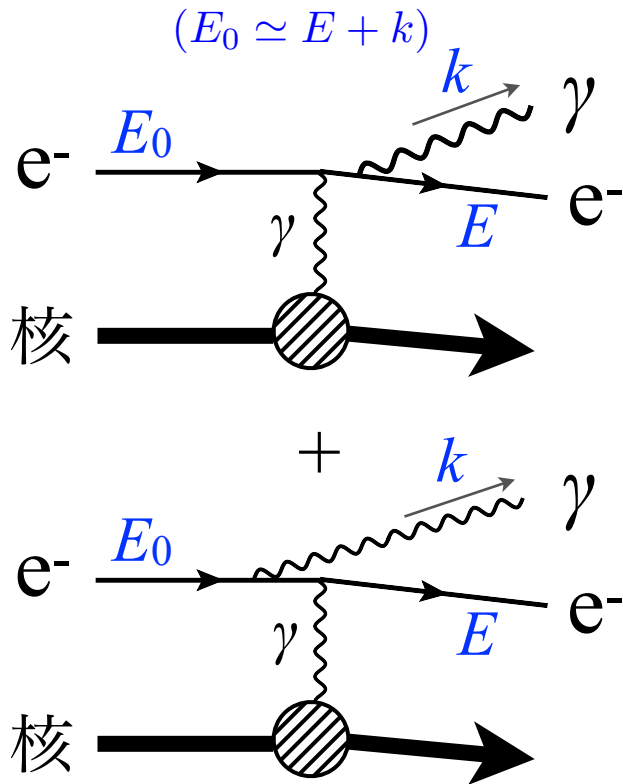
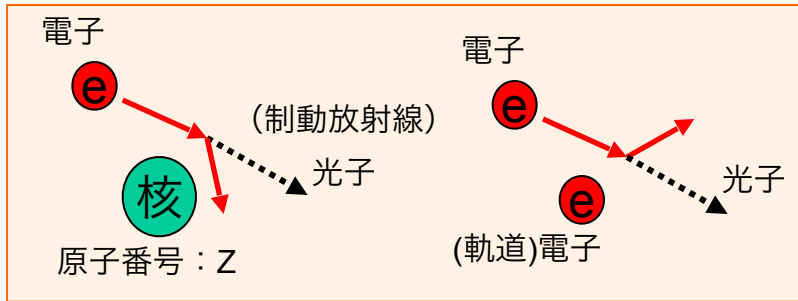


● 連続近似でまとめて計算するもの

- モラー/バーバー散乱 (2次粒子エネルギー $< AE$)
 - 制動放射 (光子エネルギー $< AP$)
 - 原子励起
 - (多重) クーロン散乱
- } (エネルギー損出/吸収)

個別にサンプリングする相互作用

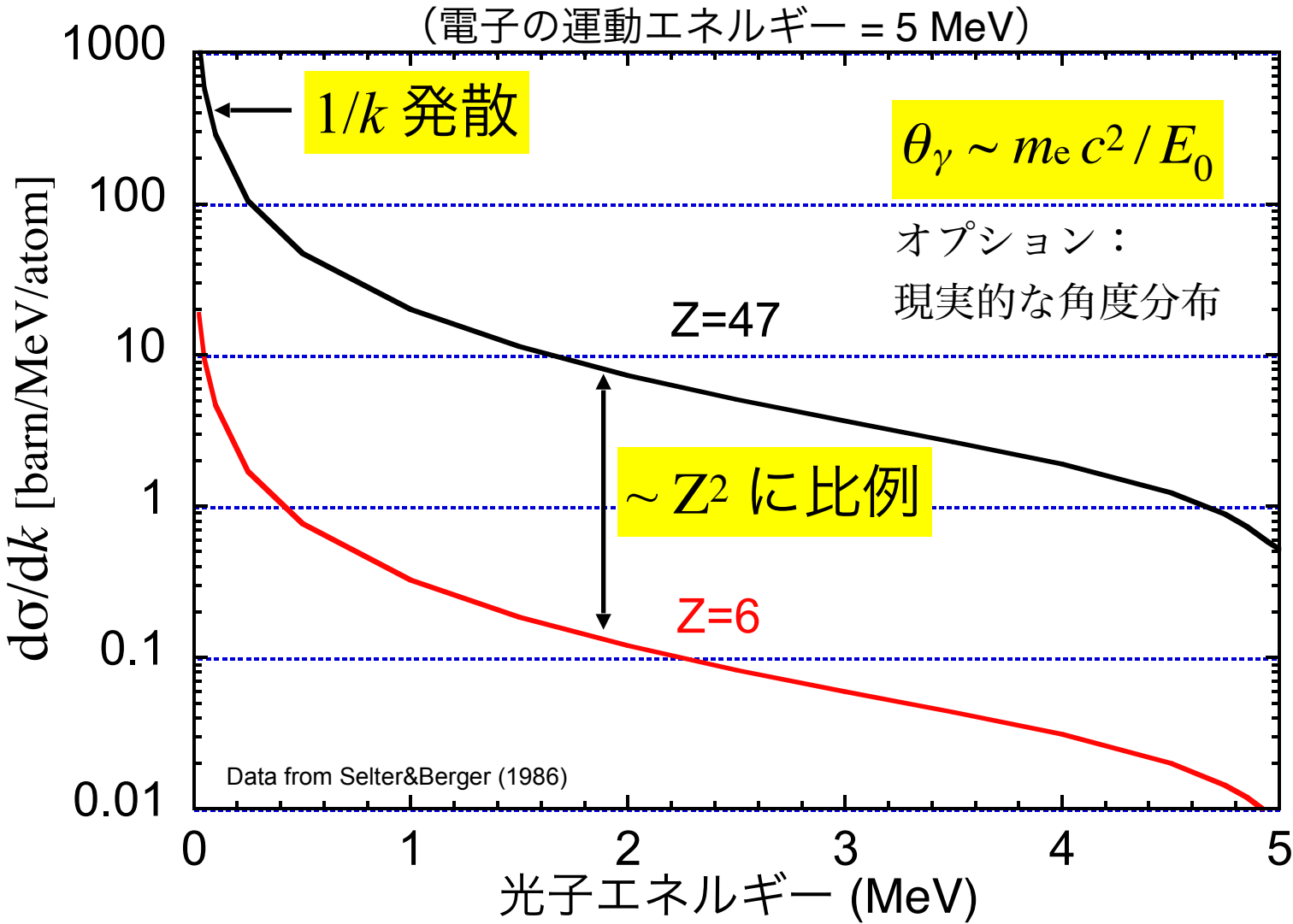
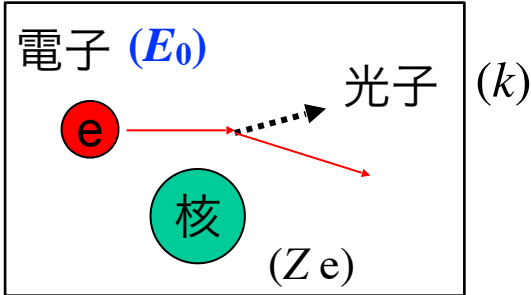
制動放射



ファインマン図

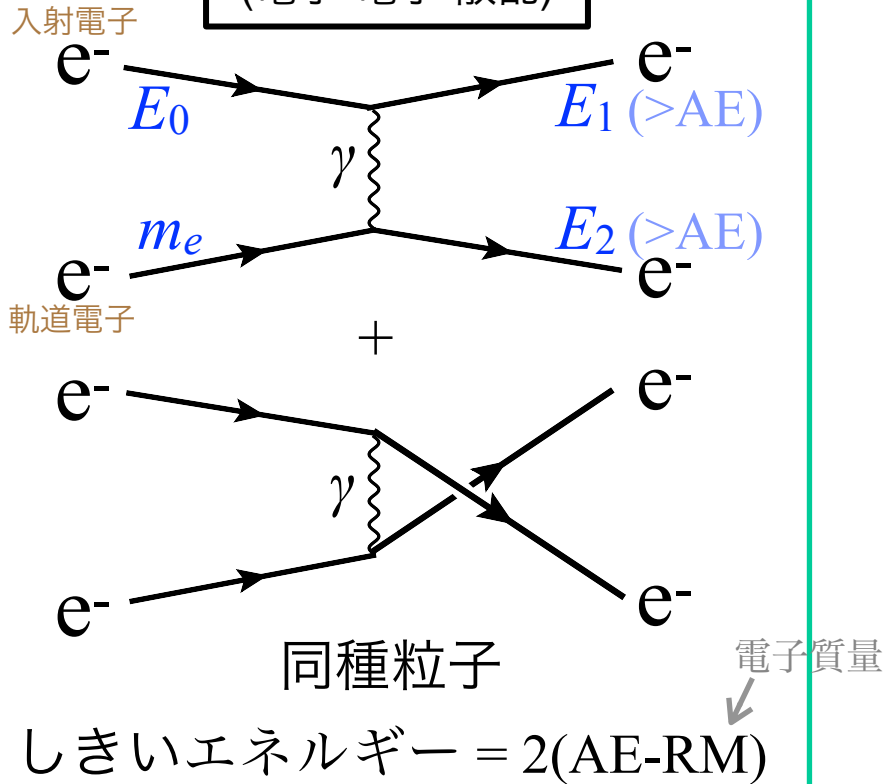
- 断面積は Z^2 に比例 (原子核との場合)
- 軌道電子による寄与は、全断面積の計算では考慮する
 - $Z^2 \rightarrow Z(Z+\xi(Z))$
 - スペクトルや角度分布のサンプリングでは考慮しない
- 50 MeV以上：理論式でサンプリング
- 50 MeV以下：データ(ICRU-37)を利用
- 陽電子も同様に計算
- Thomas-Fermi 遮蔽
- ミグダル効果 >10 GeV (オプション)

制動放射の微分断面積

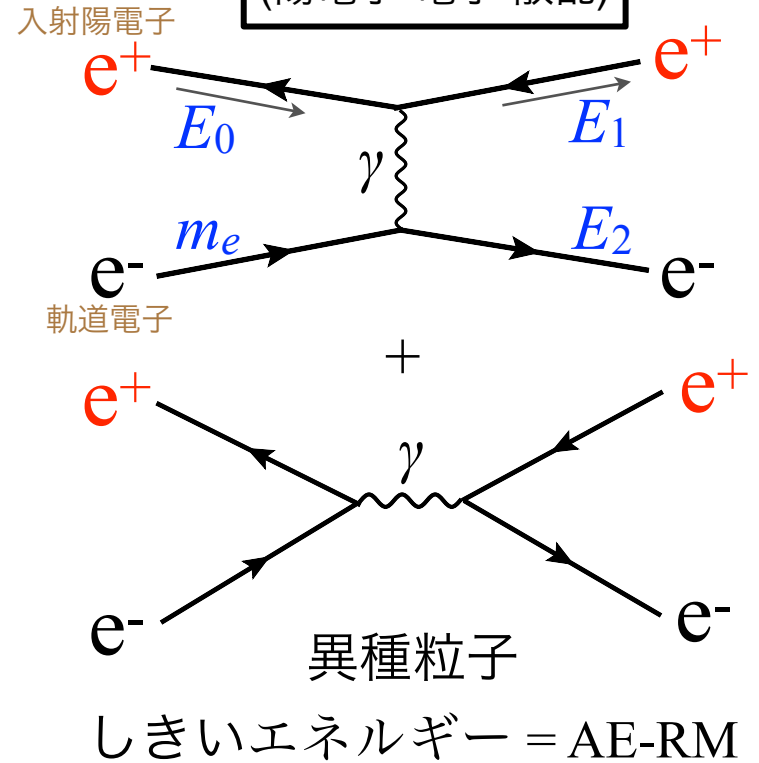


電子・陽電子散乱

モラー散乱
(電子-電子 散乱)



バーバー散乱
(陽電子-電子 散乱)



- e^- は自由

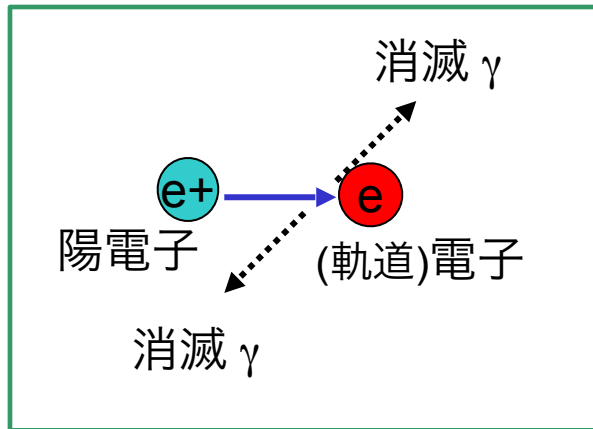
- ▶ 断面積は Z に比例

- EGS5 での詳しい扱い (オプション)

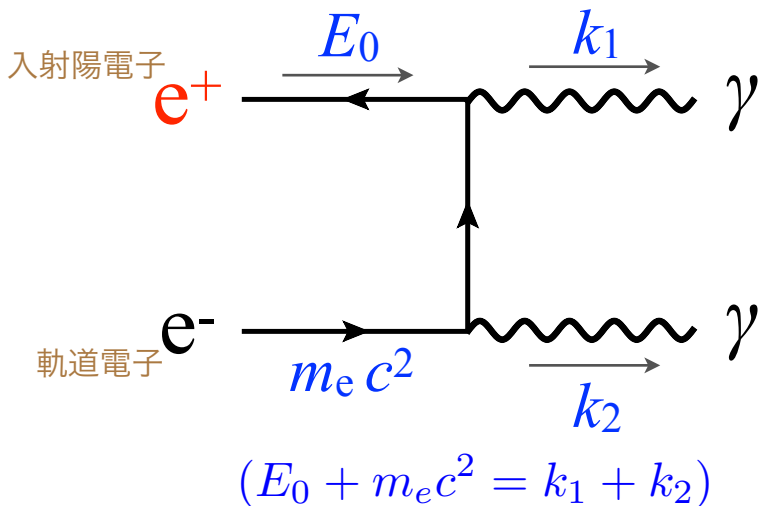
- ▶ モラー散乱におけるK-X線生成

(電子衝突電離。診断で使われるX線管のシミュレーション等で重要)

対消滅



- 飛行中、静止時ともに扱う
- $e^+e^- \rightarrow n\gamma$ ($n > 2$) は無視
- **ECUT** 以下で e^+ 停止 \rightarrow 対消滅
- 残った励起原子の寄与は無視
- 束縛状態 (ポジトロニウム) の効果は無視



陽電子が静止 ($E_0 = m_e c^2$) してから対消滅した場合
光子のエネルギーは $k_1 = k_2 = m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$

統計的にグループ化して扱う相互作用

- 連続的なエネルギー損失
- 多重散乱

エネルギー損失

1. 衝突エネルギー損失

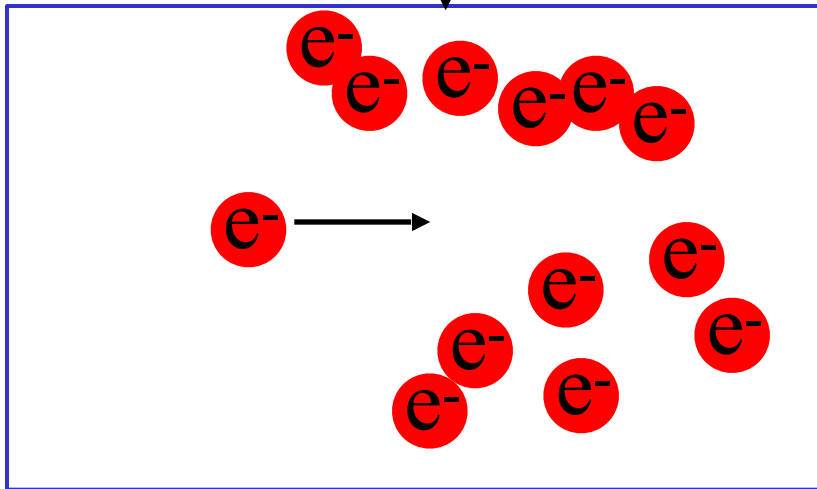
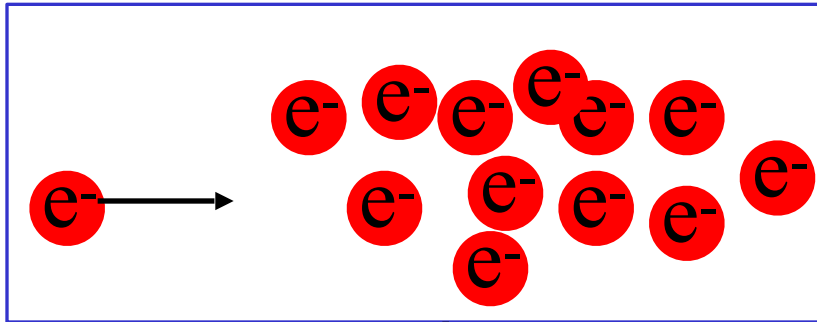
- ベーテ・ブロッホ理論 + 密度効果
- 電子と陽電子では異なる (モラー vs バーバー)
- 通過する物質内の電子のイオン化することでエネルギーを損失
 - ➔ 損失量は、物質内の電子数密度に比例
 - ➔ 電子エネルギーが K 殻のイオン化エネルギーより十分に上

2. 放射エネルギー損失

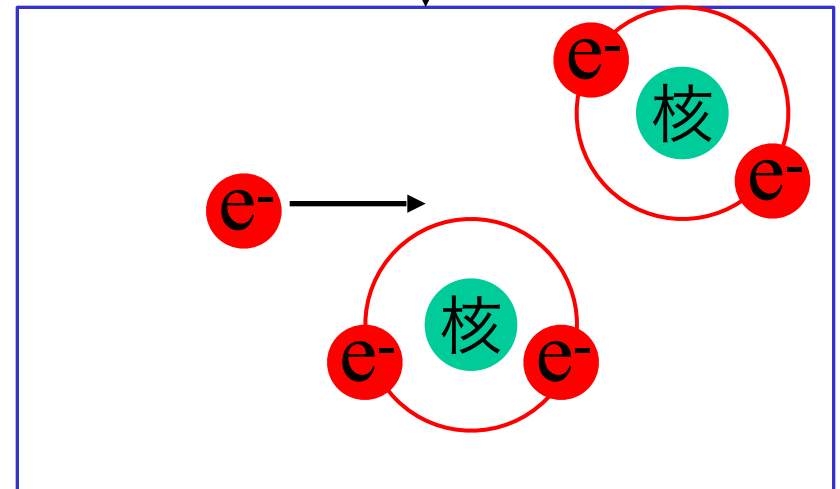
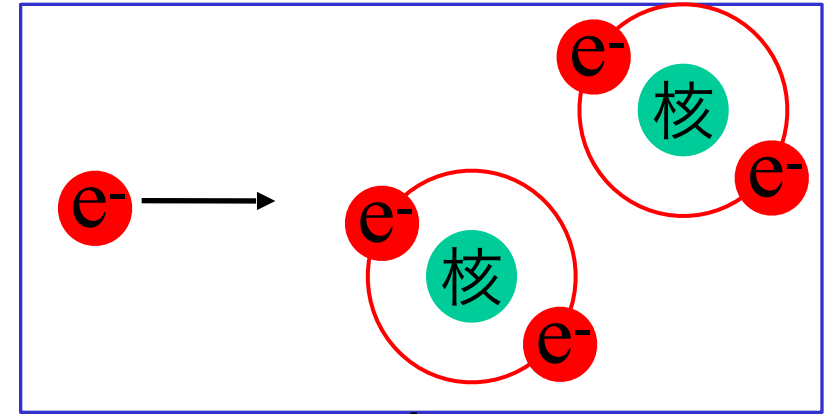
- 高エネルギー電子・陽電子に対して重要
- 制動放射の微分断面積を、しきいエネルギー (AP) 以下で積分して決定
- 電子と陽電子で同じ

密度効果

入射電子により物質が分極し、衝突阻止能が減少



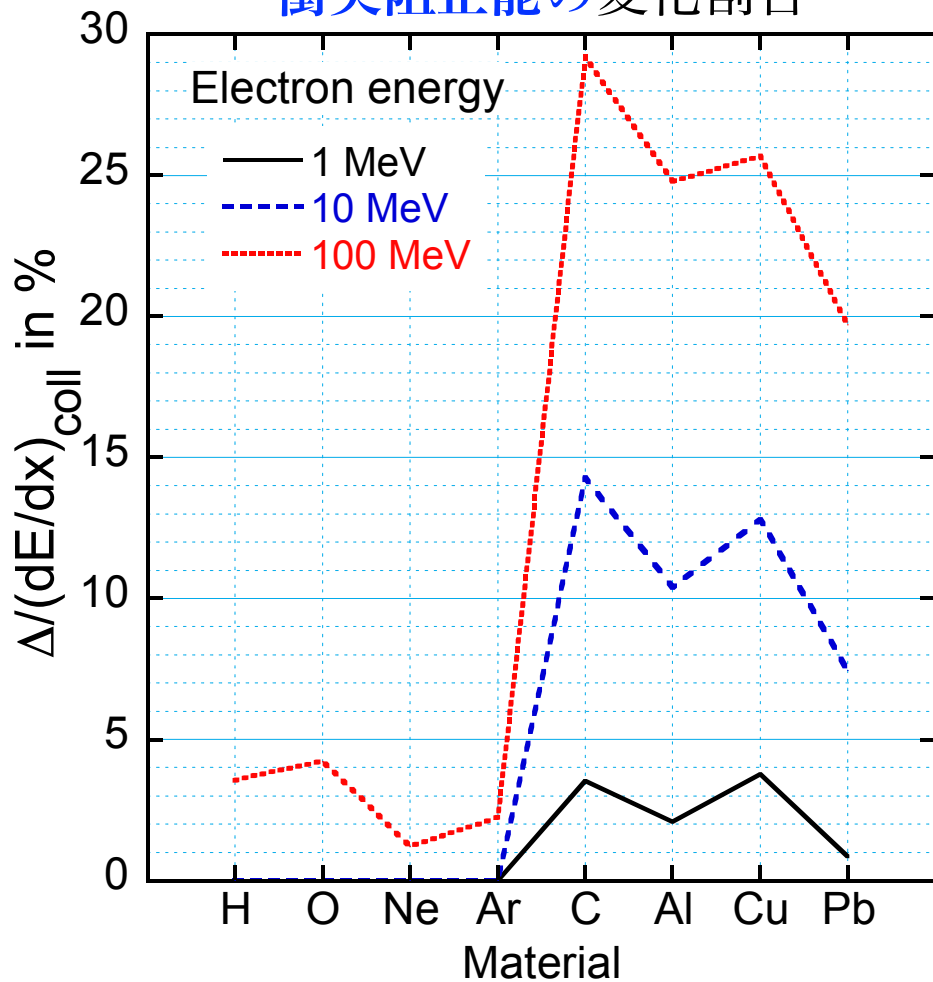
導体での大きな分極 (ex. 黒鉛)



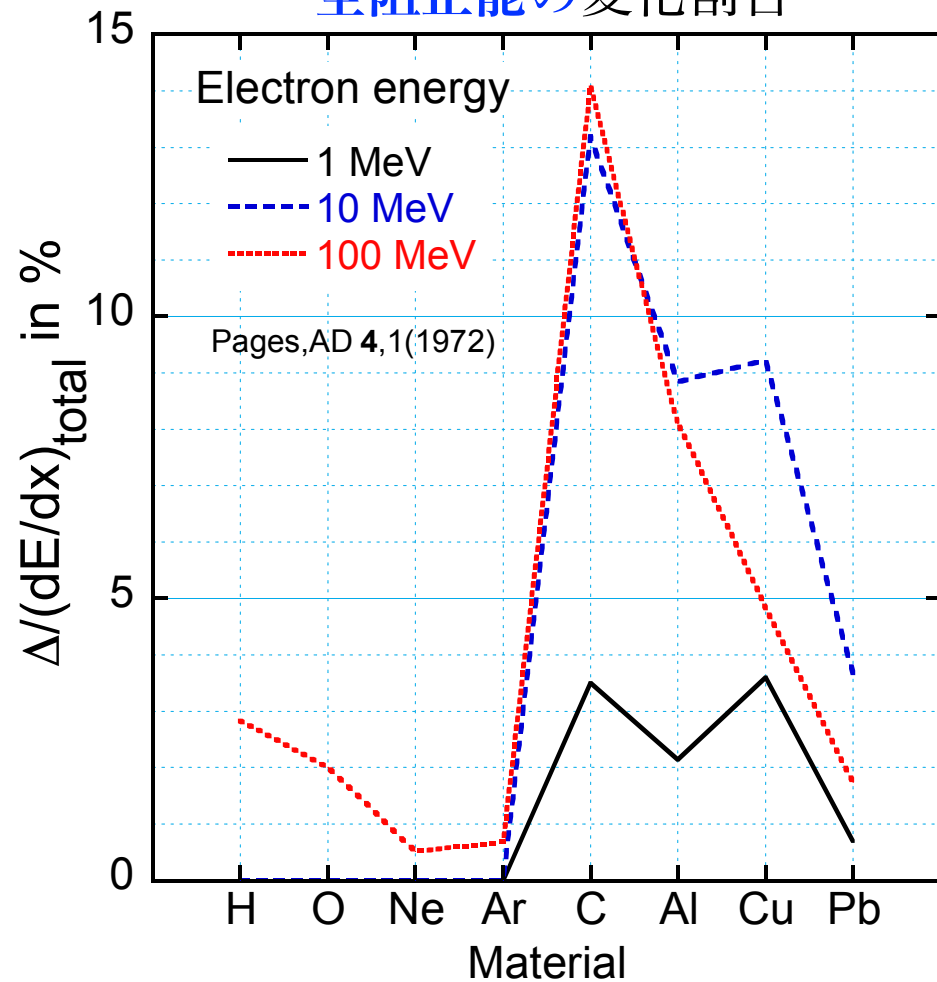
希ガスでの小さな分極 (ex. アルゴン)

密度効果の阻止能への影響

衝突阻止能の変化割合



全阻止能の変化割合



EGS5 での密度効果

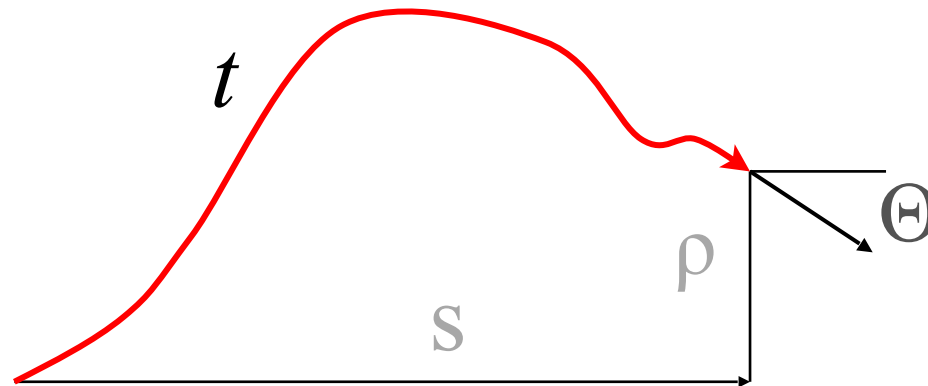
- Berger, Seltzer, and Sternheimer
 - ▶ 278 物質のパラメータを内蔵
- Sternheimer and Peierls
 - ▶ 一般的扱い
 - Z と ρ のみを用いる
 - 正確さは少し劣る (全阻止能誤差 $<2\%$)

物質が吸収するエネルギー

e^\pm が「 t 」だけ動くときのエネルギー吸収の期待値

$$= \left[- \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{衝突}} - \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{放射}} \right] \times t$$

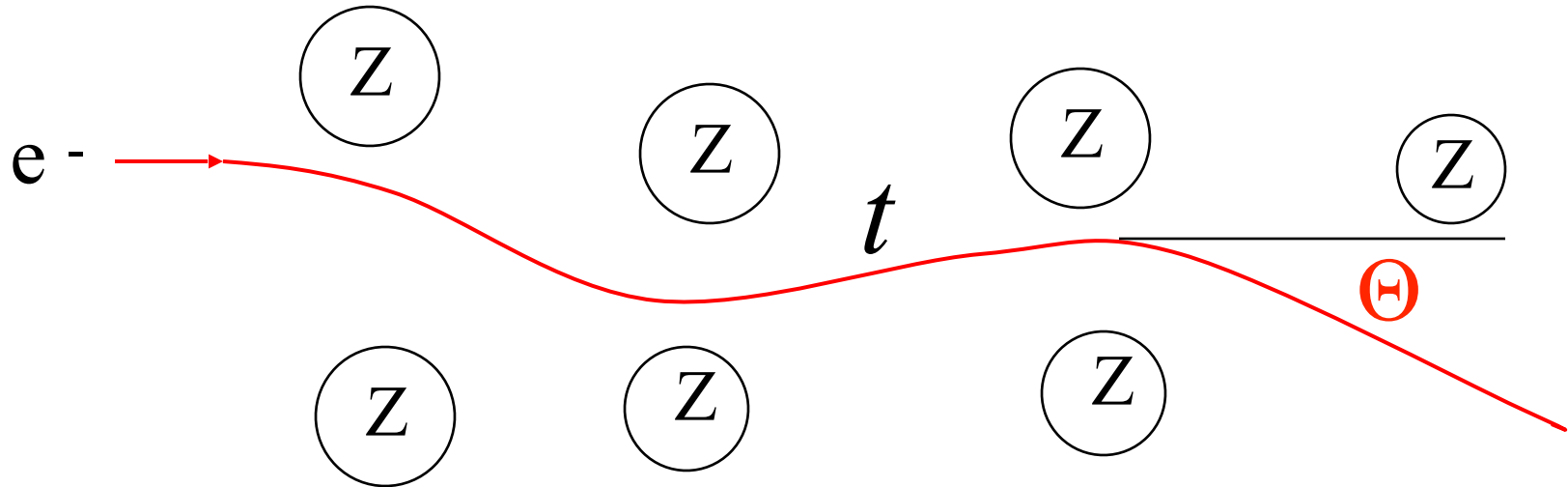
(しきいエネルギー以下の現象による阻止能)



吸収線量 (Gy) = エネルギー吸収(J)/質量(kg)

エネルギーストラグリング → ランダウ分布 or ガウス分布

多重散乱角 Θ



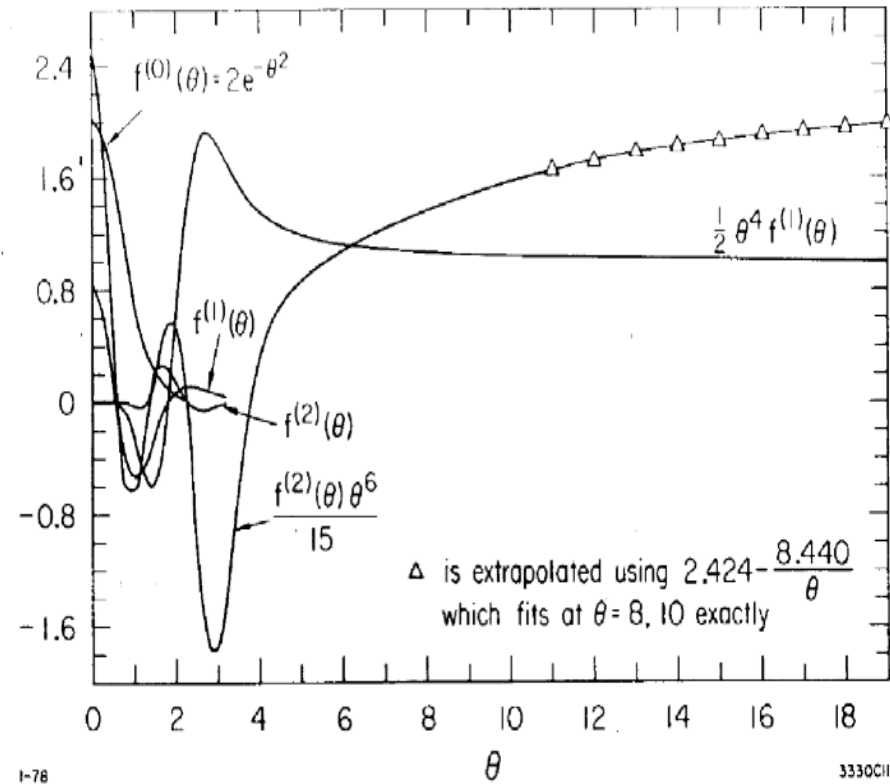
PDF (Θ) = ? : t だけ移動した後の多重散乱角分布

- モリエールの小角長ステップ理論 (EGS4, PRESTA, EGS5)
- Goudsmit-Saunderson 理論 (EGS5)
- Fermi-Eyges 理論

Moliere 理論

(中精度、中制限、簡単)

- デフォルト
- 散乱角 Θ を変数 (E, Z, t) に依らない“換算角” θ と関係付けている
- $f^{(n)}(\theta)$ で θ をサンプリング $\rightarrow \Theta$ を得る
- 小角度 ($< 20^\circ$) で良い近似
- 長い t が必要 (> 100 elastic MFP)



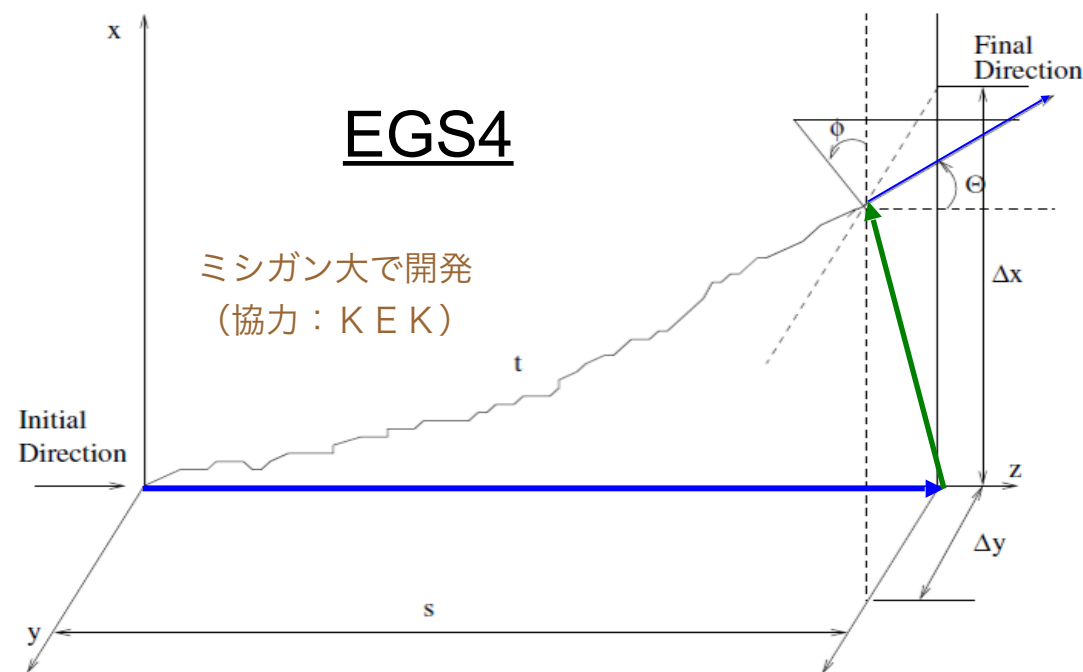
Goudsmit-Saunderson (GS) theory (高精度、少制限、煩雑)

- ルジャンドル関数で散乱断面積を展開
- 係数 $f(E, Z, t, \theta) \rightarrow$ 大きなデータベースが必要
- すべての散乱角で正確

ステップ内での輸送

EGS4

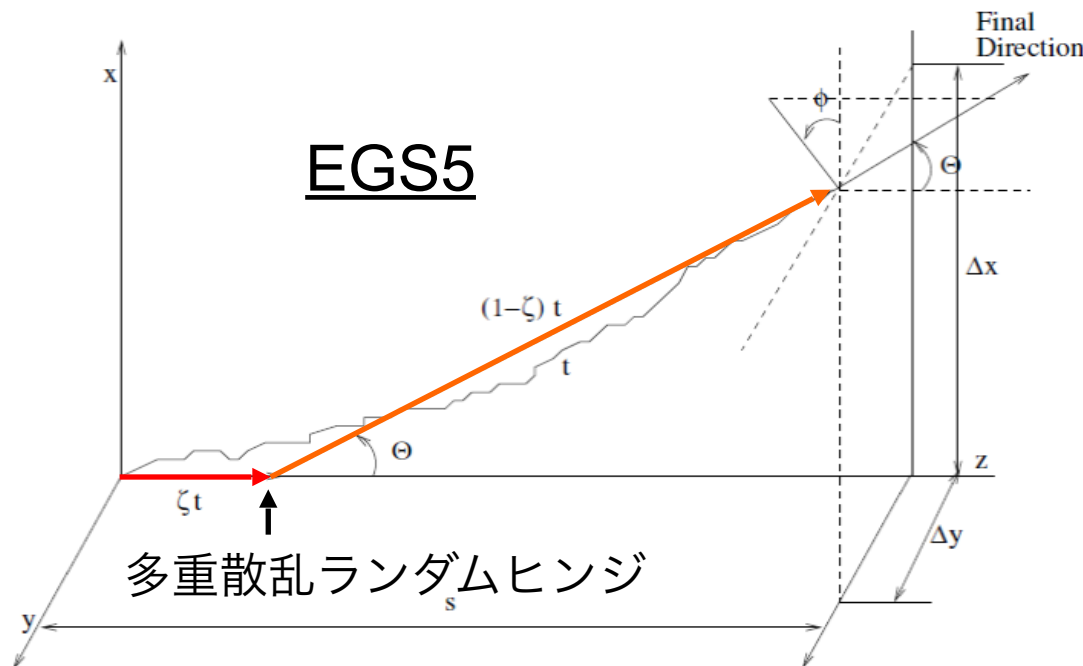
ミシガン大で開発
(協力: KEK)



1. 多重散乱ステップサイズ (s : 直線距離) を決める。
2. 直線距離(s) 移動後に、多重散乱モデルを用い、散乱角(Θ)、横変位 ($\Delta x^2 + \Delta y^2$)、曲線距離(t) を求める。

EGS5

多重散乱ランダムヒンジ



1. 曲線距離 t 内で1点 (ξ) をランダムにサンプリングし「多重散乱蝶番点」とする。
2. 同点で、多重散乱モデルにより電子の方向を屈曲させる。

(t, ξ, Θ をサンプリング)

この Random hinge モデルで、 $\langle t/s \rangle$ 及び $\langle \Delta x^2 + \Delta y^2 \rangle$ を適切に計算できる。(ただし移動に伴うエネルギー損失を無視した場合)

EGS5のステップ内輸送機構(2)

- ξt と $(1-\xi)t$ からなるヒンジモデルの代わりに, scattering strength $\xi K_1(t)$ と $(1-\xi)K_1(t)$ からなるヒンジモデルを用いる。
 - エネルギー損失を考慮するため.
- “エネルギー損失ヒンジ”を導入し、 K_1 を求めるための G_1 の積分を単純化
 - エネルギー損失ヒンジ間でエネルギーは不変

詳細：THE EGS5 CODE SYSTEM

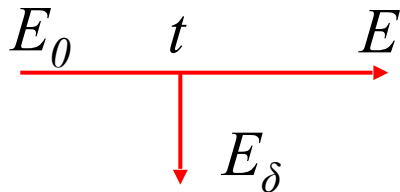
https://rcwww.kek.jp/research/egs/egs5_manual/slac730-160113.pdf

- “**Characteristic dimension**”を導入し、適切な**ステップ長の設定**を容易に。

電子の輸送方法の代表的な“クラス”

クラスI (ITS, MCNP)

t : 固定長さ (最大エネルギーの関数)



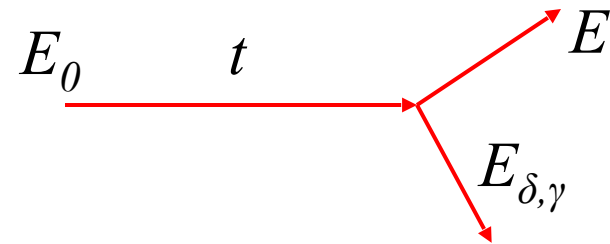
$$E = E_0 - \Delta E(t)$$

$$E_{\text{dep}} = \Delta E(t) - E_\delta$$

クラスII (EGS, Penelope)

t : 物理的な断面積に従いサンプリング

現実的な1事象の全体をシミュレートできる



$$E = E_0 - t (dE/dx) - E_{\delta,\gamma}$$

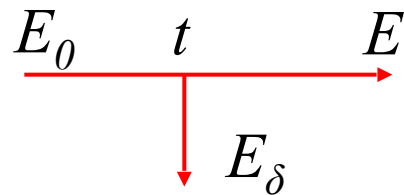
$$E_{\text{dep}} = t (dE/dx)$$

- $\Delta E(t)$: エネルギー損失ストラグリング分布からサンプリングしたエネルギー損失
- dE/dx : しきい値で決まる制限付き阻止能

電子の輸送方法の代表的な“クラス”

クラスI (ITS, MCNP)

t : 固定長さ (最大エネルギーの関数)

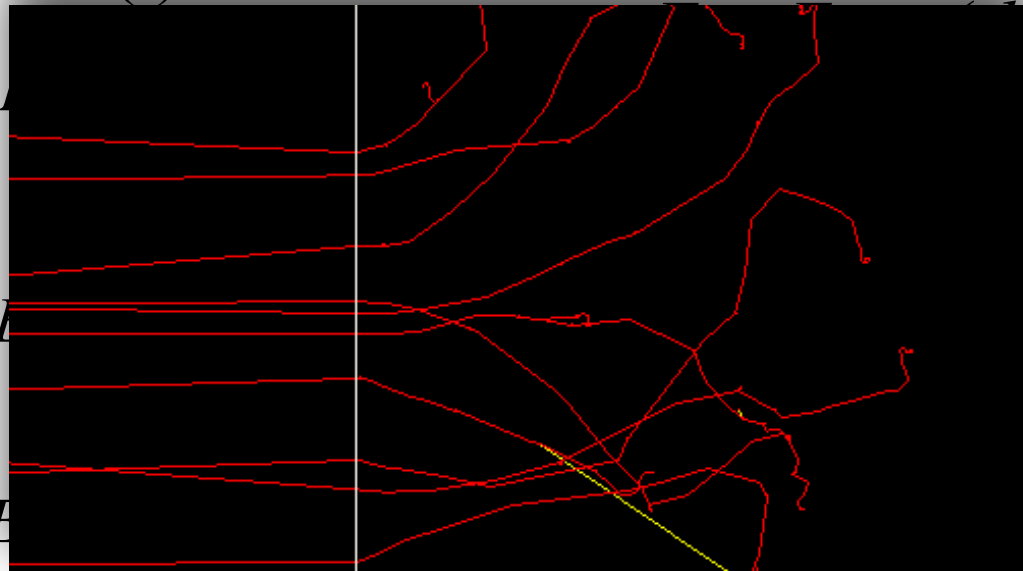


$$E = E_0 - \Delta E(t)$$

$$E_{\text{dep}} = \Delta E$$

• ΔE

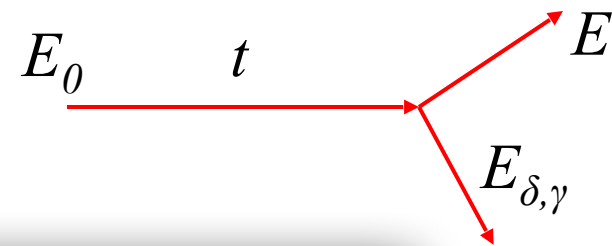
• dE



クラスII (EGS, Penelope)

t : 物理的な断面積に従いサンプリング

現実的な1事象の全体をシミュレートできる



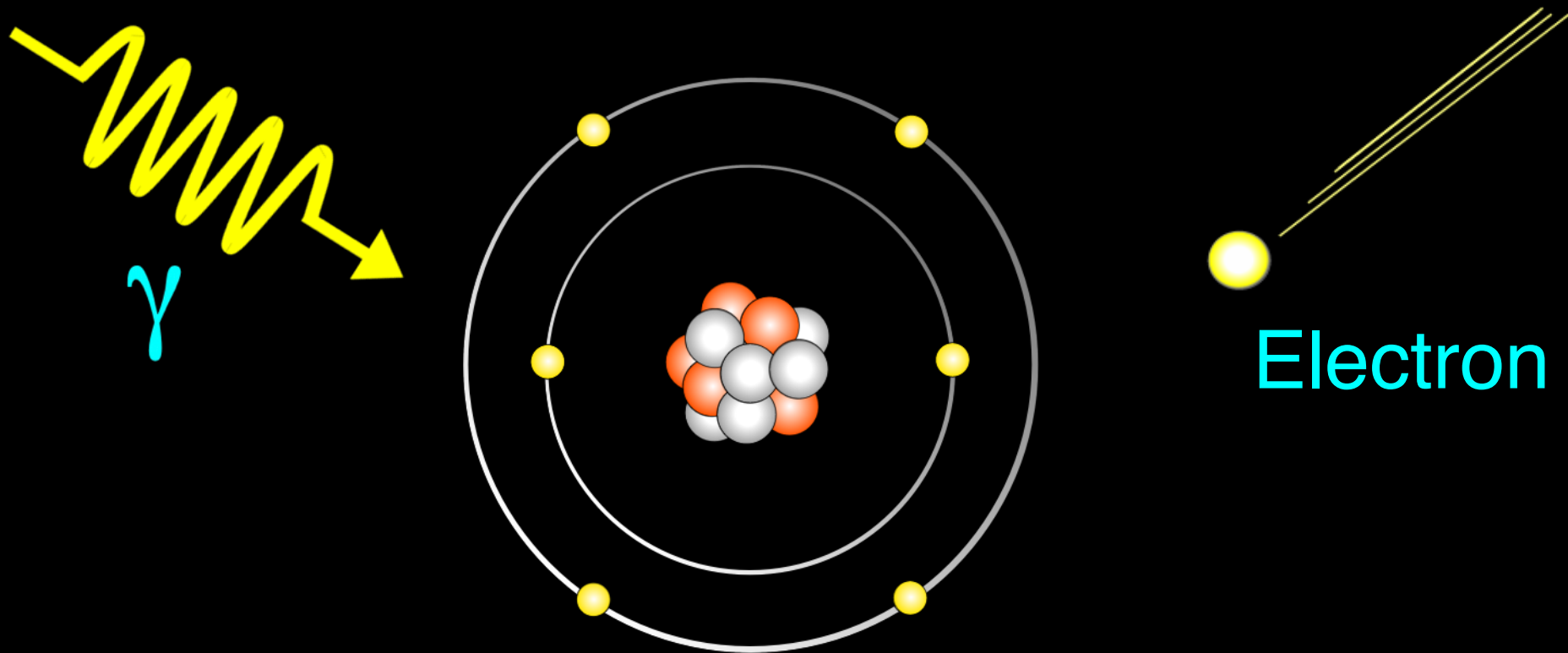
$$E = E_0 - (dE/dx) \cdot t - E_{\delta,\gamma}$$

分布から

電子輸送モデルの比較

コード	散乱過程	M.S.モデル	Class	ステップ内輸送機構
EGS5	Rutherford	Moliere	2	Dual Hinge Characteristic dimension
	Mott	GS		
EGSnrc	Mott	GS	2	1回散乱の分離
Penelope	Mott	GS	2	Dual Hinge 大角散乱の分離
ITS 3.0 #	Mott	GS	1	

Adopted as electron transport of MCNP



光子と電子の反応対象

単一の原子、電子、原子核

例外

- 密度効果における分極
- レイリー散乱における原子間の干渉