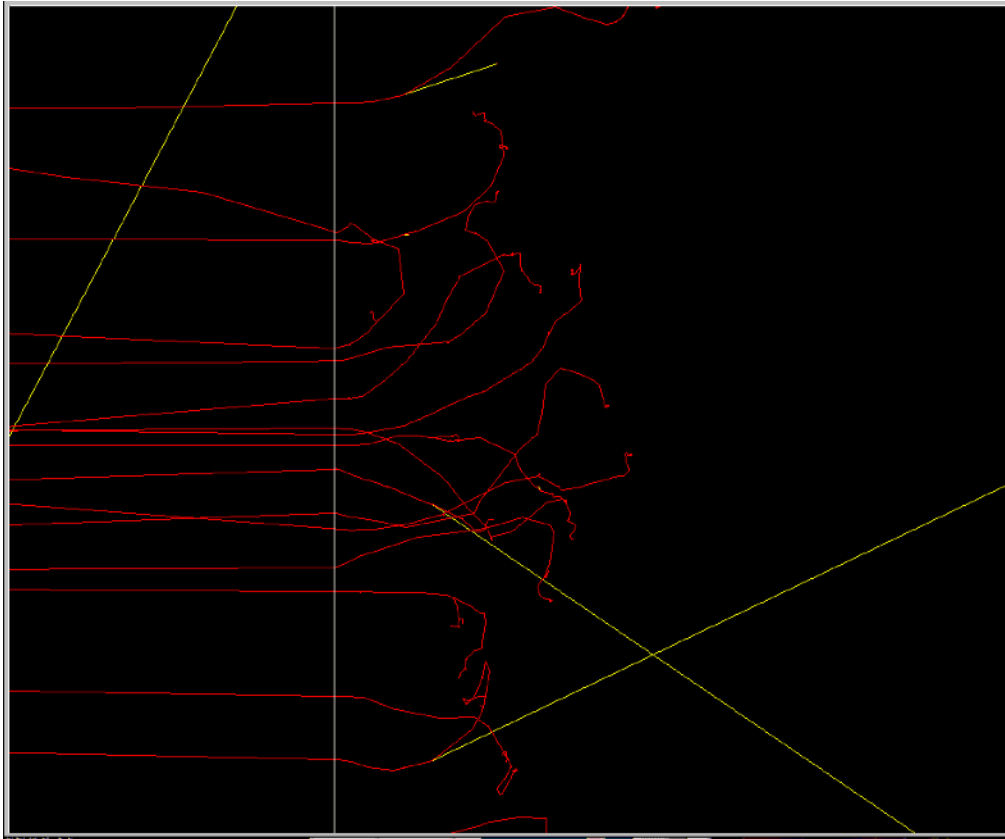


電子の物質中での輸送計算

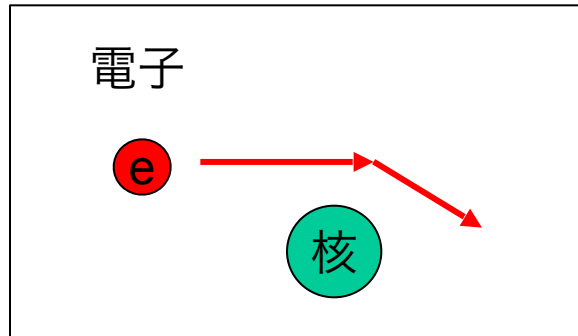


- ▶ 相互作用
- ▶ 近似
- ▶ 輸送方法

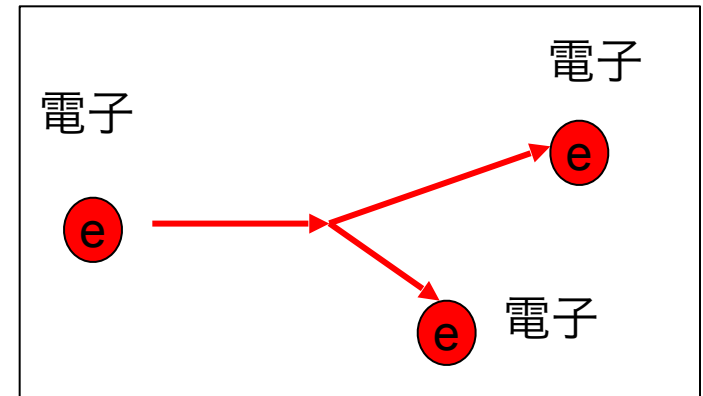
(KEK) 波戸、平山 (ミシガン大) A.F.Bielajew

Last modified on 2021.7.26

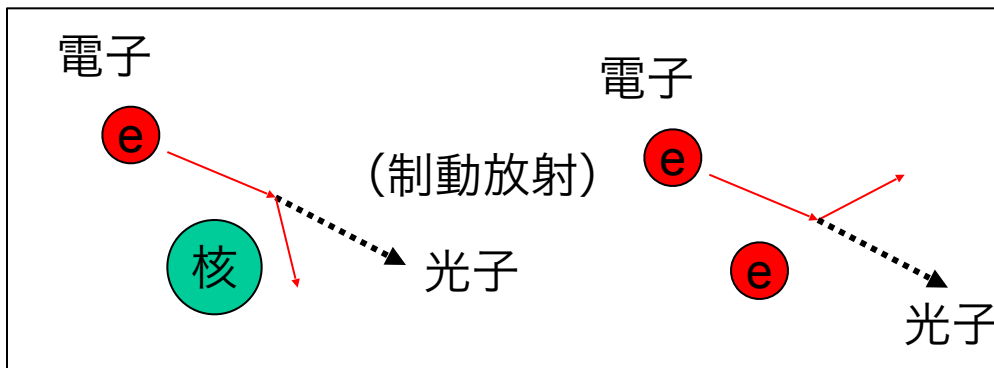
電子と原子核、電子との相互作用



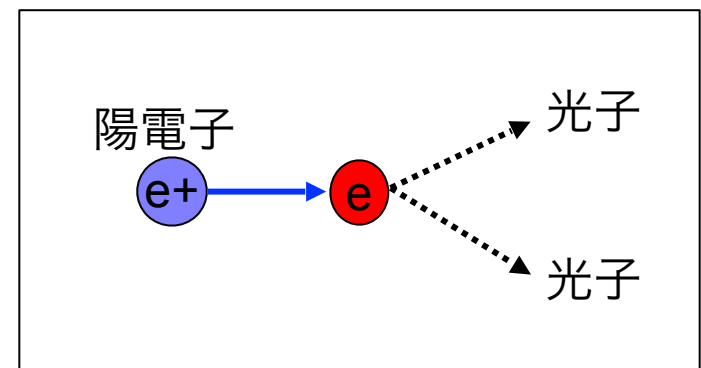
1. 原子核による電子の散乱
ラザフォード散乱：方向を変える



2. 電子と電子の衝突
エネルギーを失う

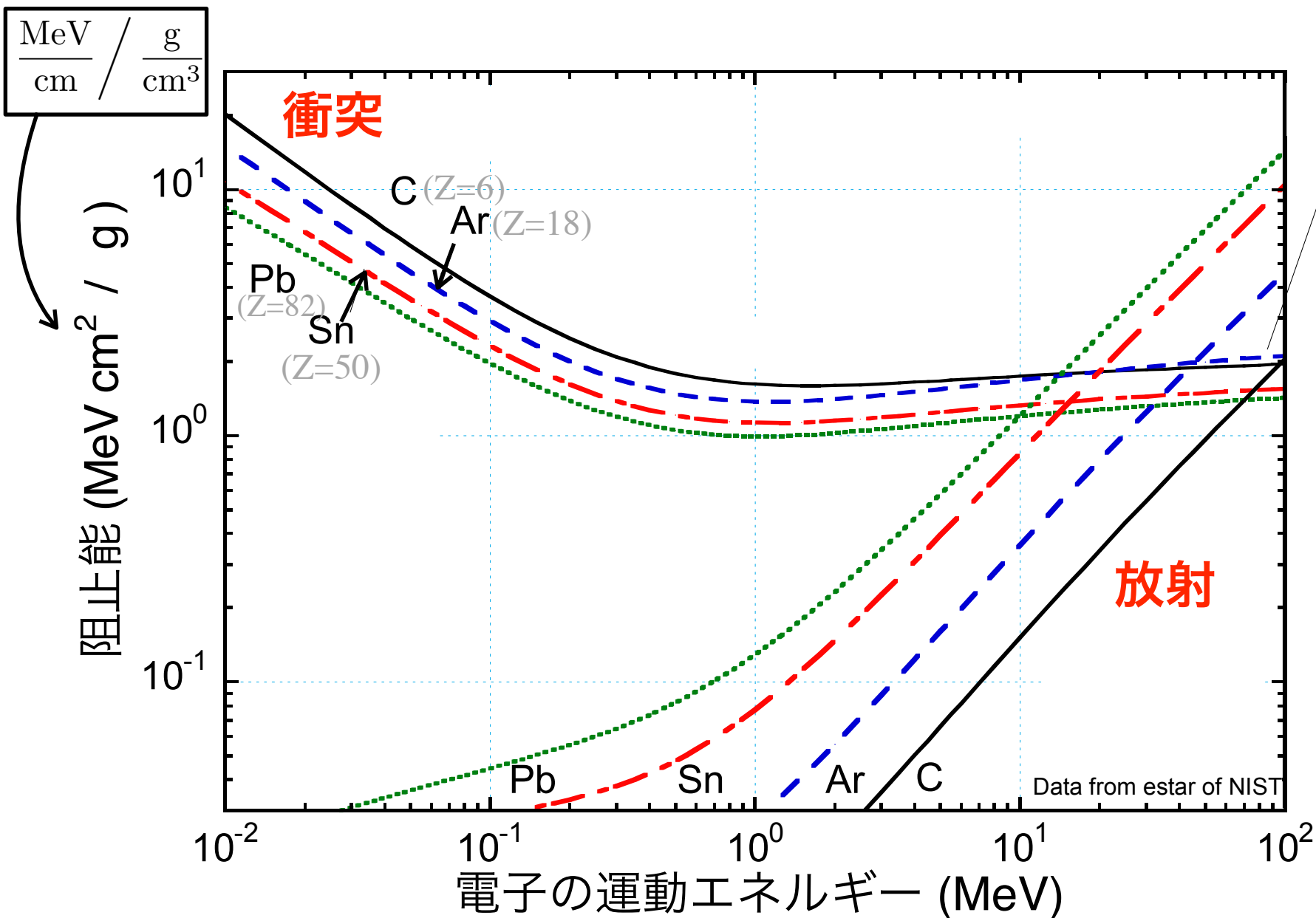


3. 制動放射の発生



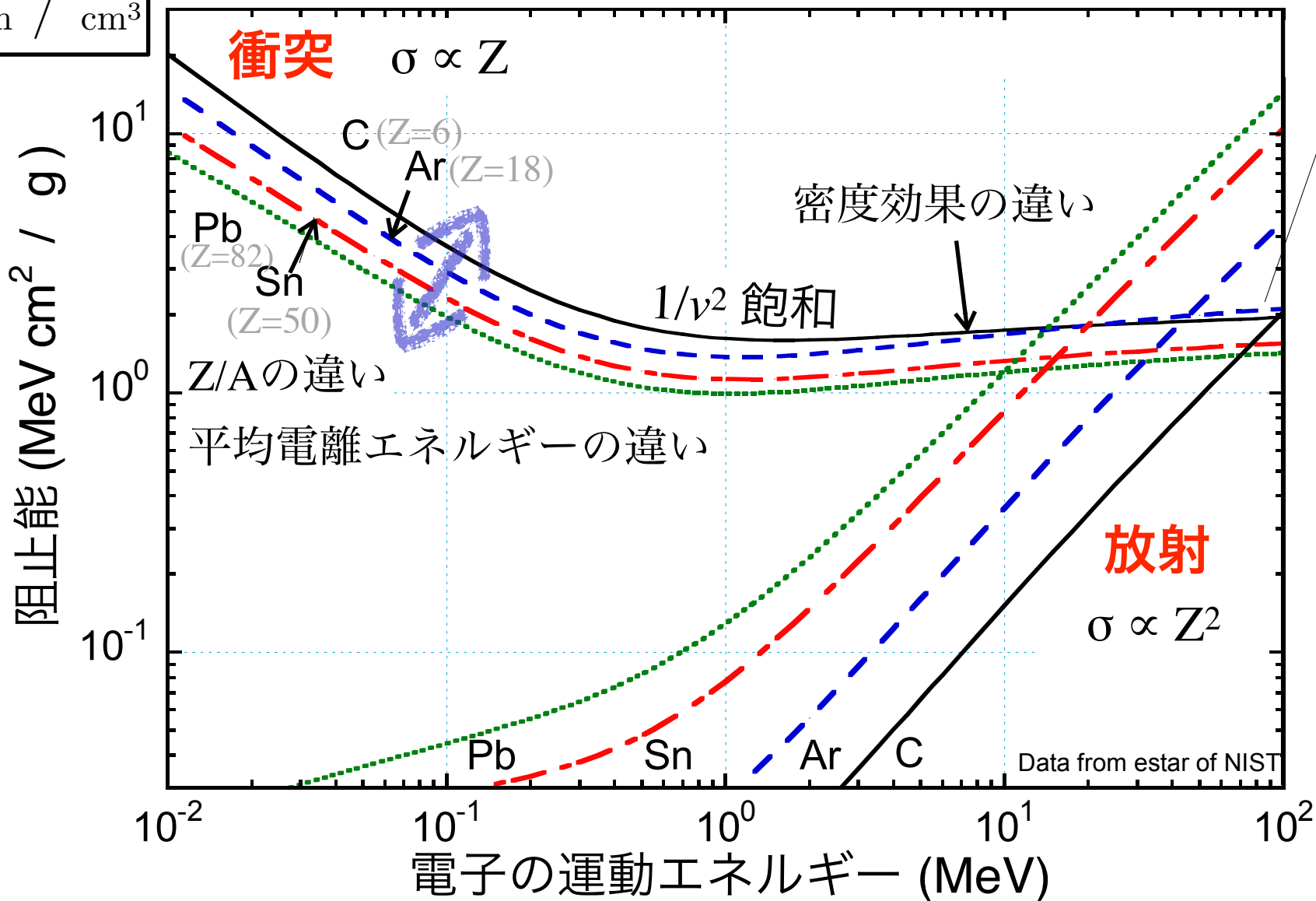
4. 対消滅

物質中での電子のエネルギー変化（阻止能）

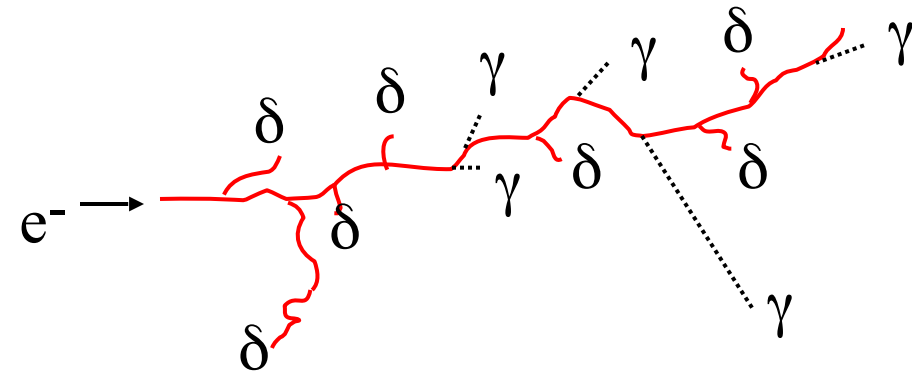


物質中での電子のエネルギー変化（阻止能）

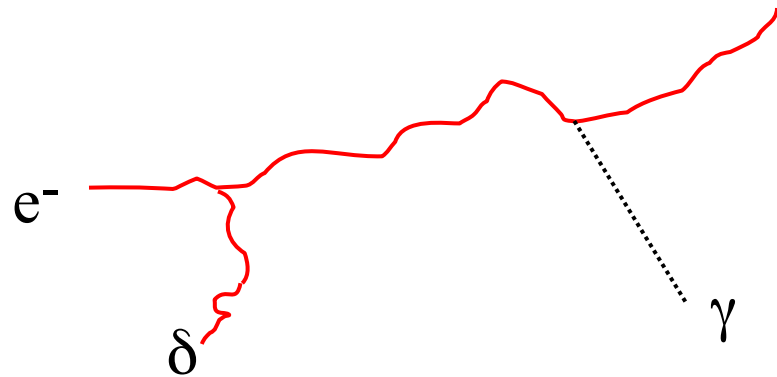
$$\frac{\text{MeV}}{\text{cm}} \Big/ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$



凝縮近似 (Condensed Random Walk)



現実 MFP: nm単位
(連続減速なし)



連続減速近似

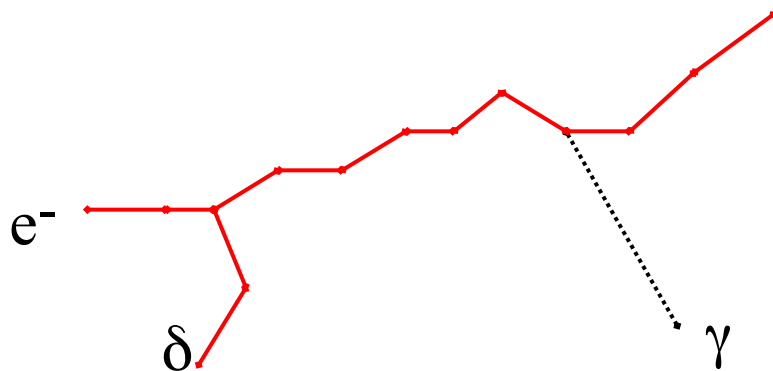
δ 線、制動放射：

>しきいエネルギーのみ

多重散乱近似

多重散乱角 $\theta_{ms}(E, Z, t)$

モリエール理論



EGSでは、しきいエネルギー (AE, AP) を用いて “重大”な相互作用と連続近似を両立させている

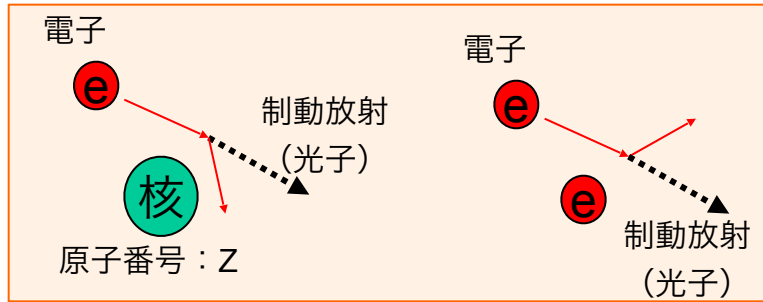
(ここでいう重大な相互作用 ~ プログラム内で粒子を増やす反応)

- “重大”な相互作用 (大影響) : 個別サンプリング
 - モラー/バーバー散乱 (2次粒子エネルギー $> AE$)
 - 制動放射 (光子エネルギー $> AP$)
 - 飛行中および静止時の対消滅
- “重大”でない相互作用 (小影響) : まとめてサンプリング
 - モラー/バーバー散乱 (2次粒子エネルギー $< AE$)
 - 制動放射 (光子エネルギー $< AP$)
 - 原子励起
 - (多重) クーロン散乱

(エネルギー吸収)

個別に扱う相互作用

制動放射



- Z^2 に比例 (原子核)

- 3 体角度分布無視

$$\rightarrow Z^2 \rightarrow Z(Z+\xi(Z))$$

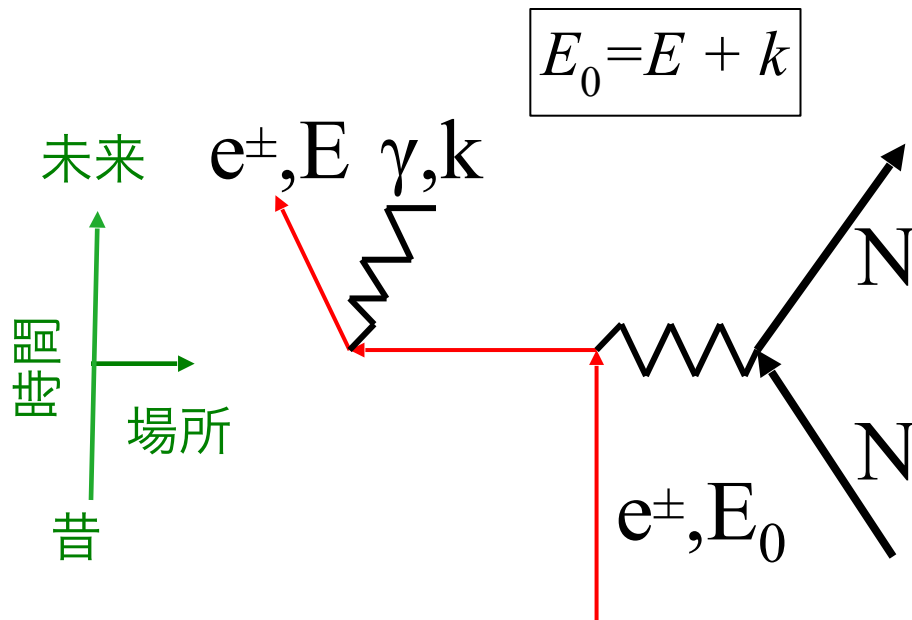
- > 50 MeV Extremely Relativistic Limit

- < 50 MeV ICRU-37 に規格化

- Thomas-Fermi 遮蔽

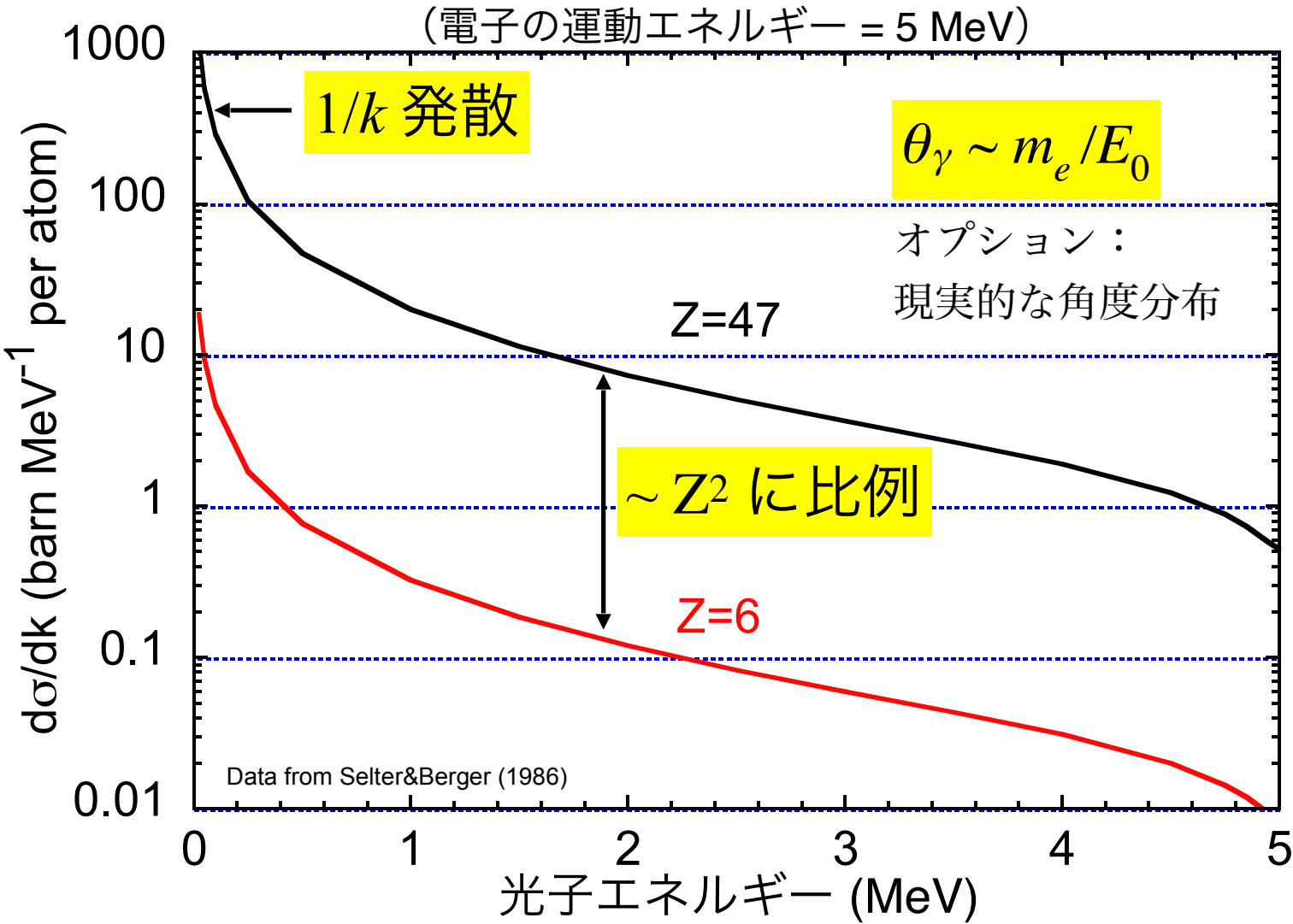
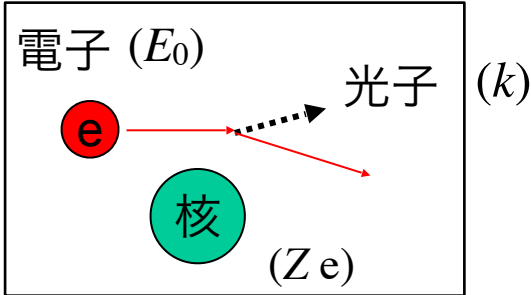
- ミグダル効果 > 10 GeV (オプション)

- 制動放射において e^- , e^+ は同一視



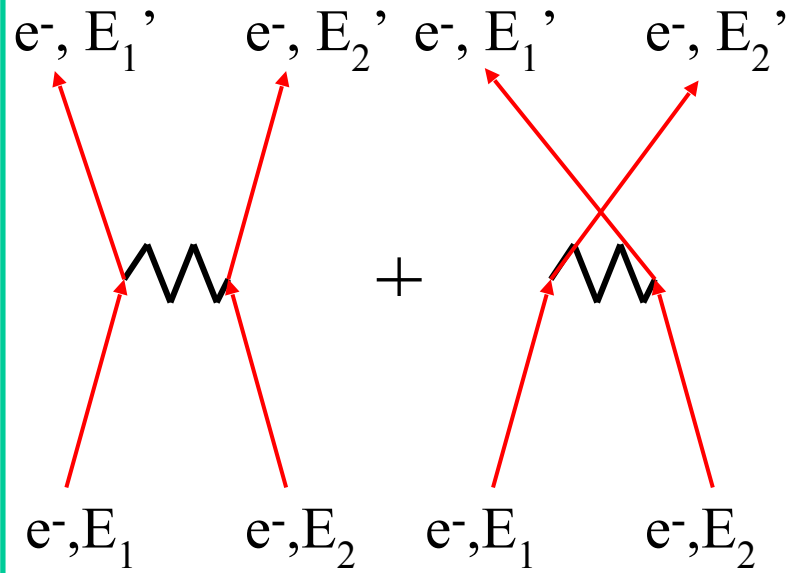
フインマン図

制動放射の微分断面積



電子・陽電子散乱

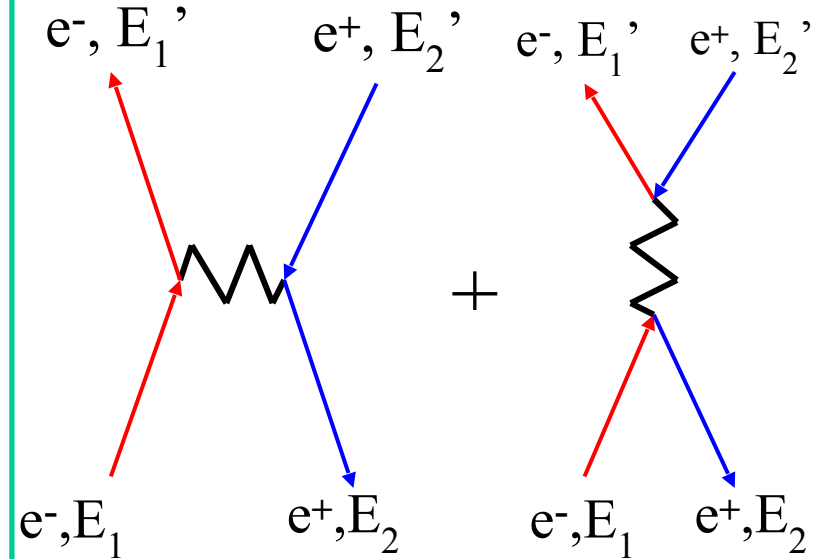
モラー散乱



同種粒子

しきいエネルギー = $2(AE - RM)$

バーバー散乱



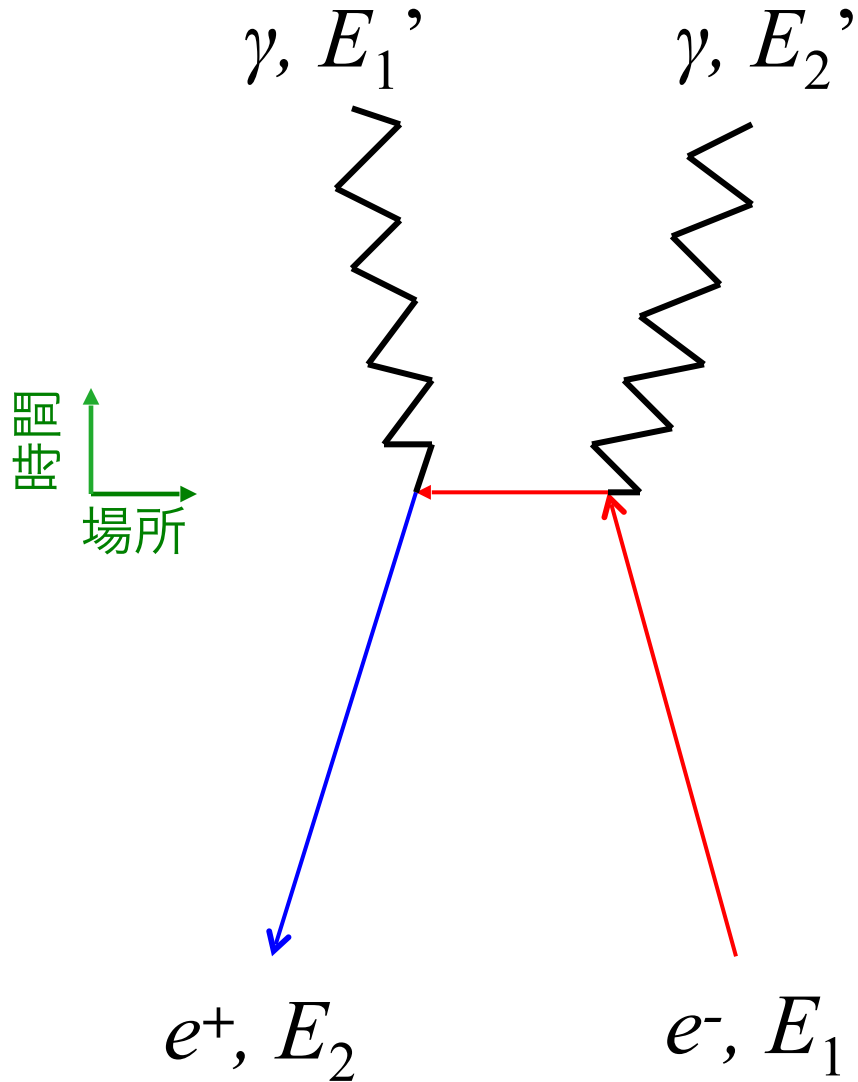
異種粒子

しきいエネルギー = $AE - RM$

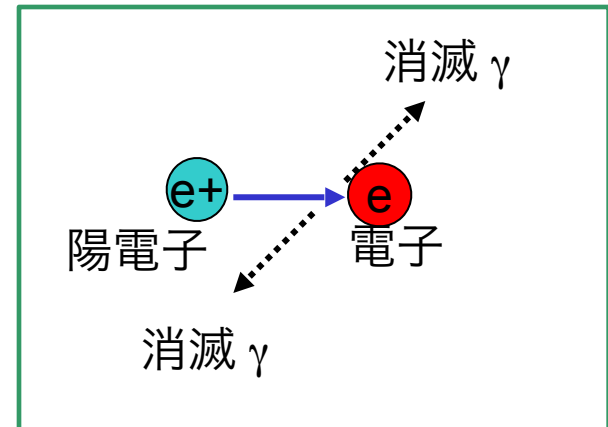
- Z に比例
- e^- は自由
- $1/v^2$

- EGS5 での詳しい扱い (オプション)
 - ▶ モラー散乱における K-X 線生成 (電子衝突電離)

対消滅



- 飛行中、静止時ともに扱う
- $e^+e^- \rightarrow n\gamma (n>2)$ 無視
- 励起原子無視
- ECUT で e^+ 停止 \rightarrow 対消滅
 - 残りの移動は無視
- 束縛無視



統計的にグループ化して扱う相互作用

- 連続的なエネルギー損失
- 多重散乱

エネルギー損失

1. 衝突エネルギー損失 (e^\pm は区別)

ベーテ・ブロッホ理論 + 密度効果

電子数密度に比例

電子エネルギーがK殻の束縛エネルギーの十分上

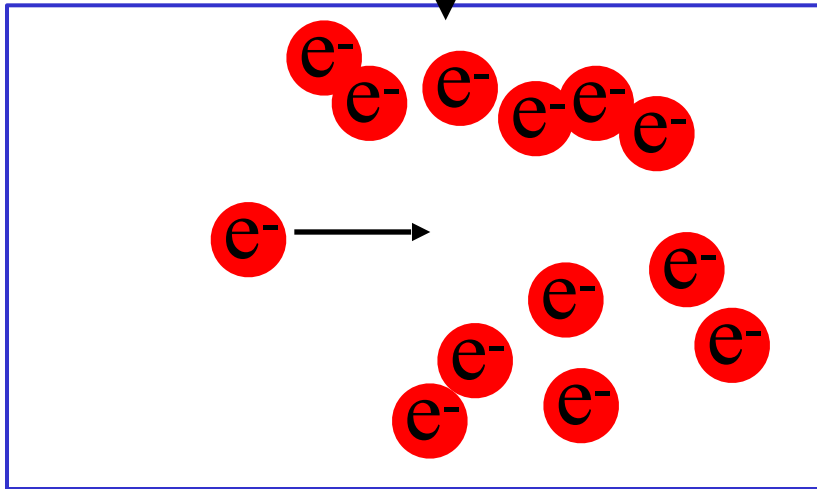
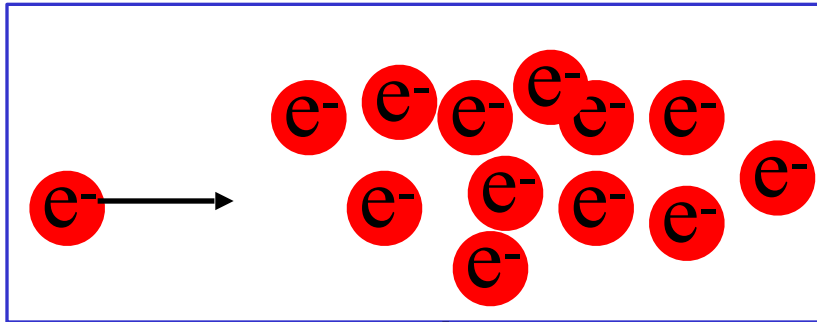
2. 放射エネルギー損失 (e^\pm は同一視)

制動放射断面積の積分

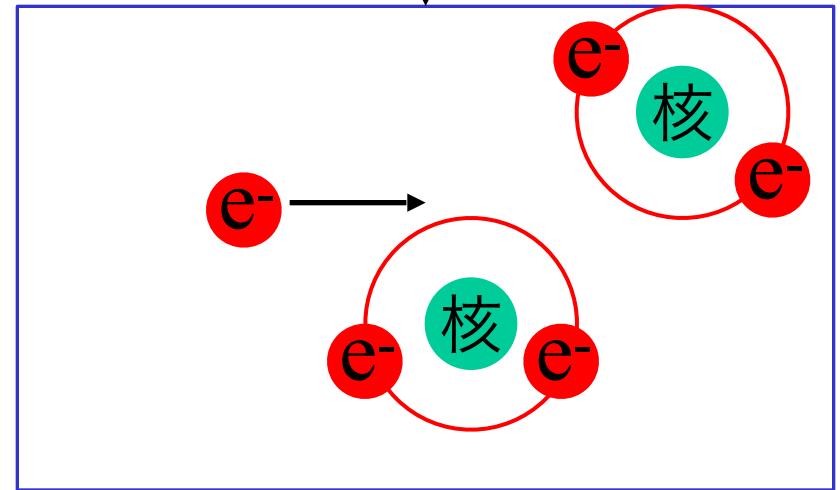
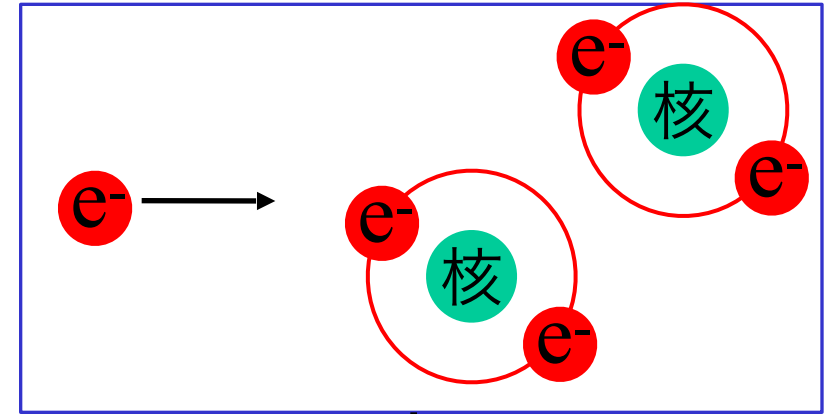
制動放射と同じ近似

密度効果

入射電子のため物質が分極し、衝突阻止能が減少

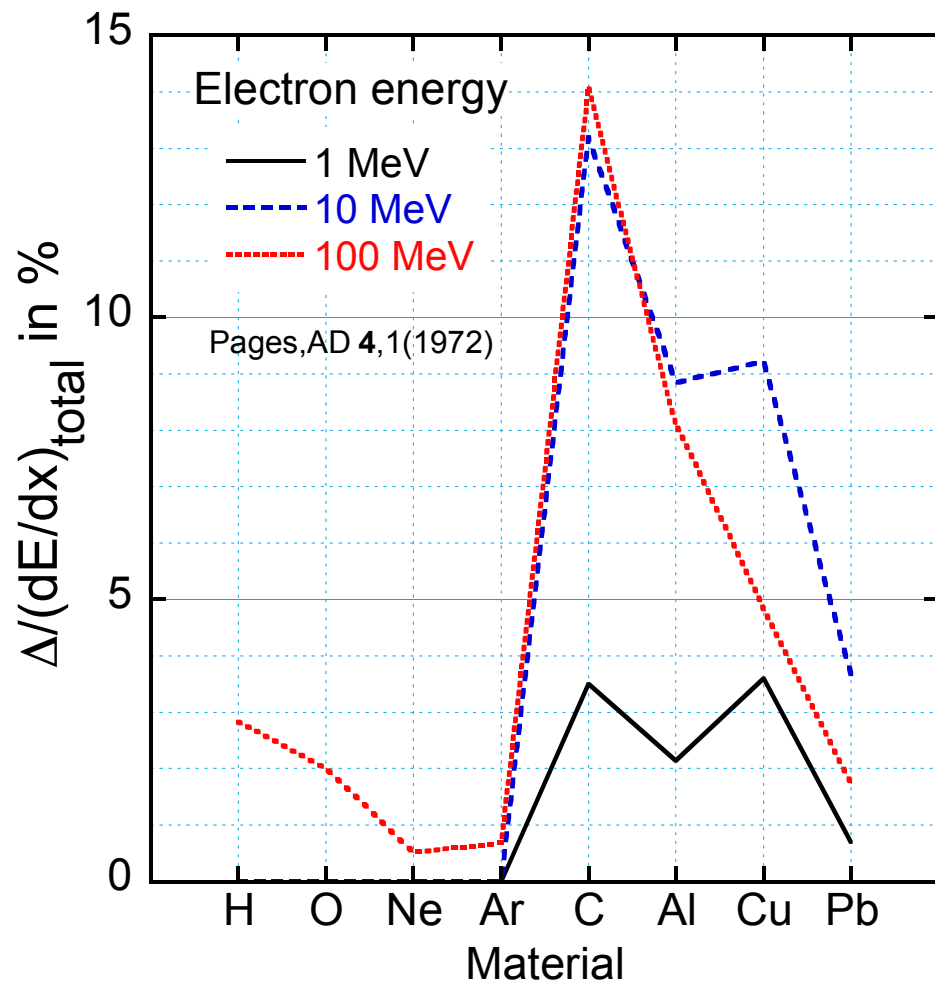
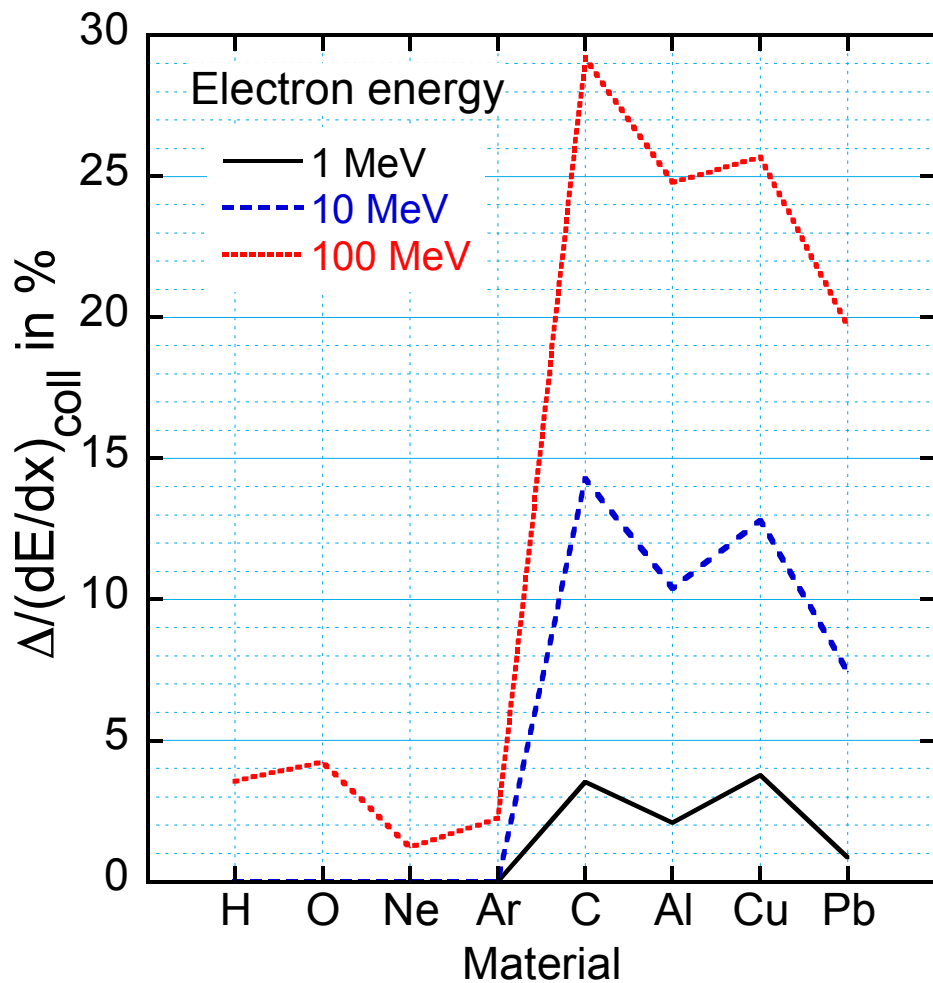


導体での大きな分極 (ex. 黒鉛)



希ガスでの小さな分極 (ex. アルゴン)

密度効果と阻止能の比



EGS5 での密度効果

- Berger, Seltzer, and Sternheimer
 - ▶ 278 物質のパラメータを内蔵
- Sternheimer and Peierls
 - ▶ 一般的扱い
 - Z と ρ のみを用いる
 - 正確さは少し劣る (全阻止能誤差 $<2\%$)

エネルギー吸収

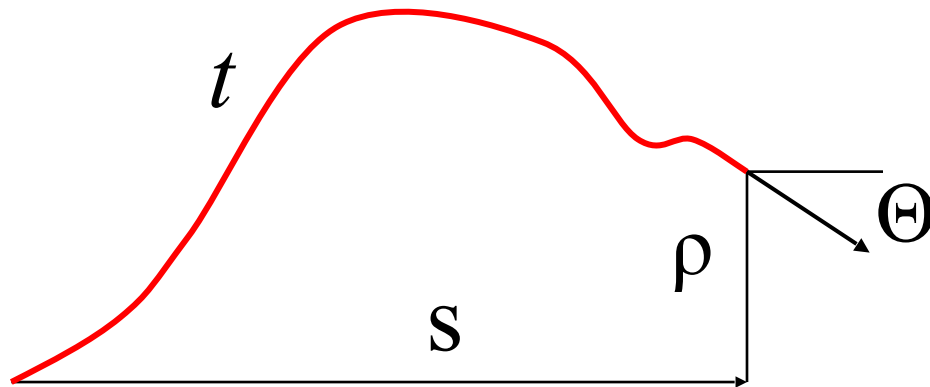
e^\pm が「 t 」だけ動くときのエネルギー吸収の期待値

$$= \left[- \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{衝突}} - \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{\text{放射}} \right] \times t$$

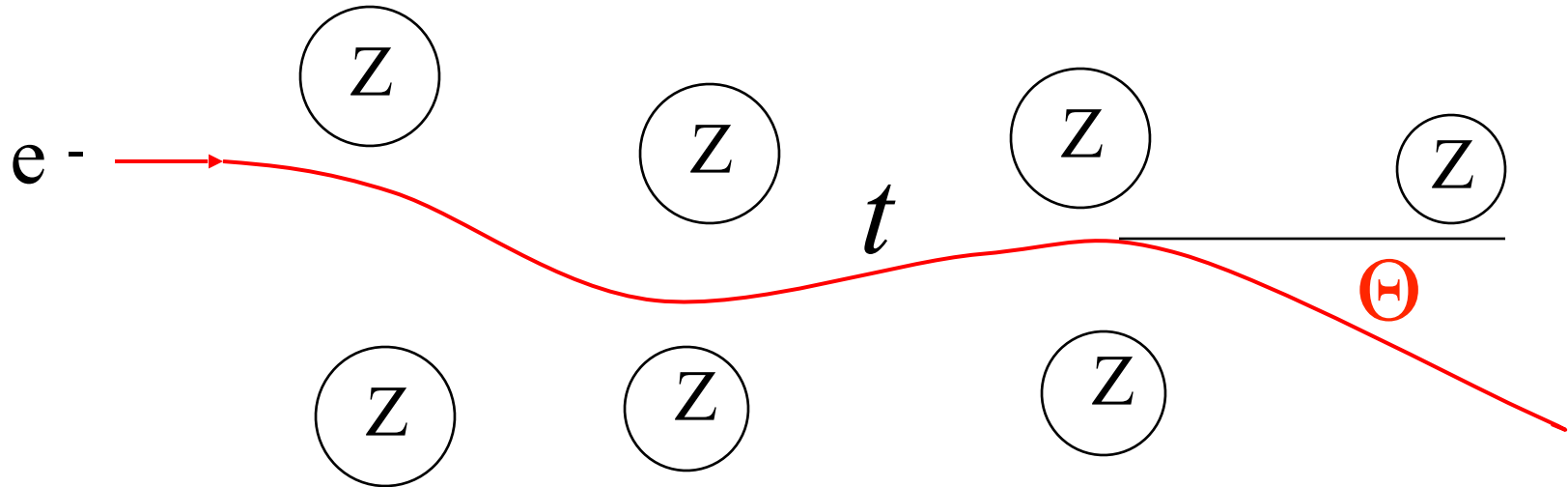
* 制限付きの（しきい値以下の現象の）阻止能

エネルギーストラグリング → ランダウ分布 or ガウス分布

吸収線量 (Gy) = エネルギー吸収(J)/質量(kg)



多重散乱角 Θ



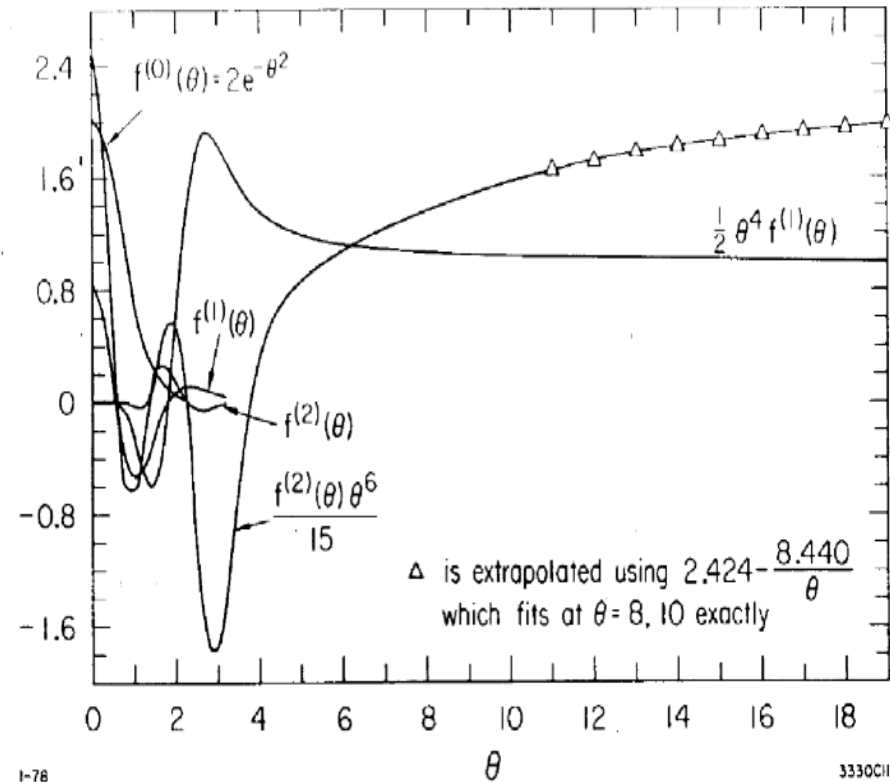
PDF (Θ) = ? : t だけ移動した後の多重散乱角分布

- モリエールの小角長ステップ理論 (EGS4, PRESTA, EGS5)
- Goudsmit-Saunderson理論 (EGS5)
- Fermi-Eyges 理論

Moliere 理論

(中精度、中制限、簡単)

- デフォルト
- 散乱角 Θ を変数 (E, Z, t) 依らない“換算角” θ と関係付ける
- $f^{(n)}(\theta)$ で θ をサンプリング $\rightarrow \Theta$ を得る
- 小角度 ($< 20^\circ$) で良い近似
- 長い t が必要 (> 100 elastic mfp)



Goudsmit-Saunderson (GS) theory

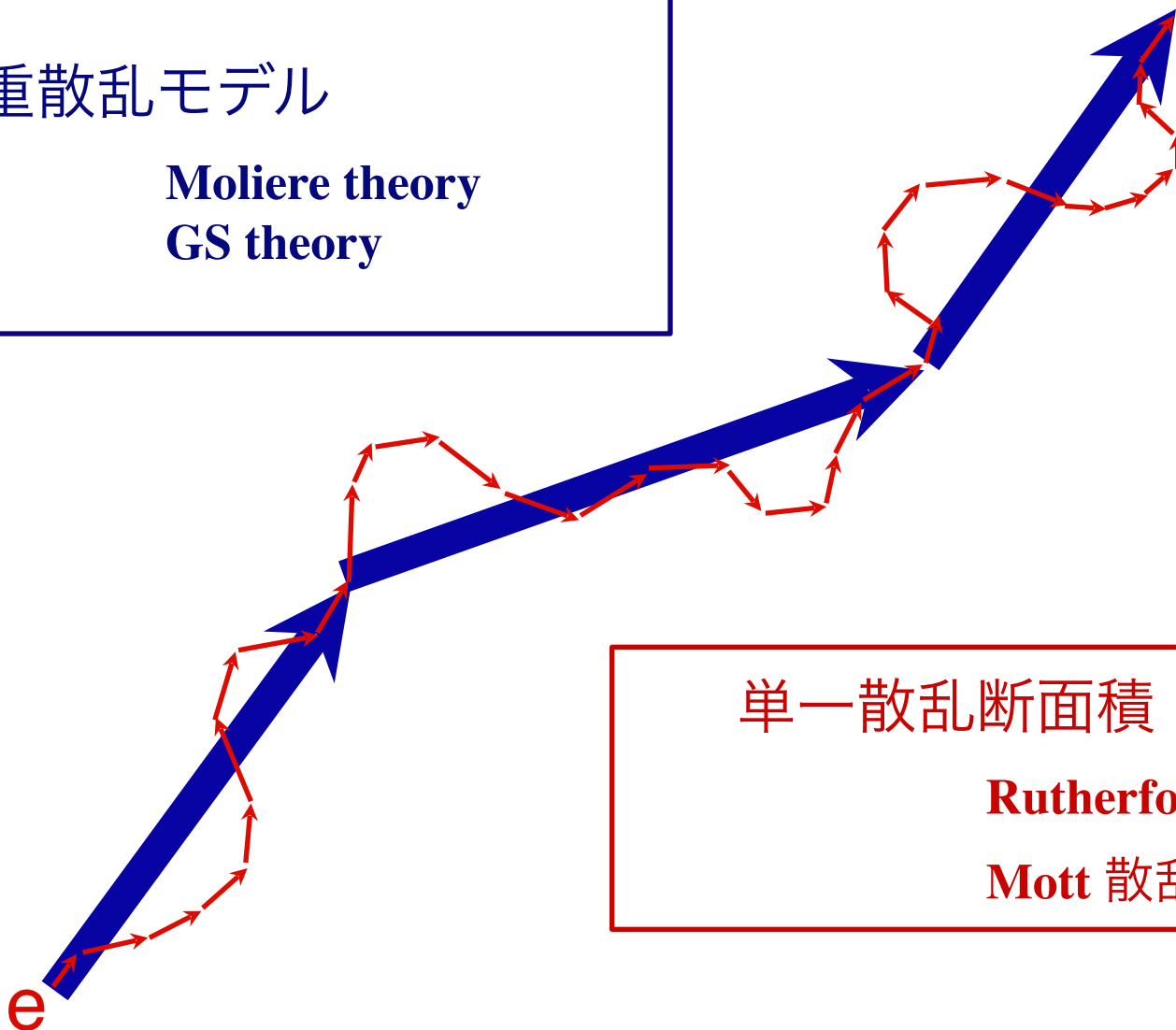
(高精度、少制限、煩雑)

- ルジャンドル関数で散乱断面積を展開
- 係数 $f(E, Z, t, \theta) \rightarrow$ 大きなデータベースが必要
- すべての散乱角で正確 (制限なし)

単一散乱と多重散乱の概念図

多重散乱モデル

Moliere theory
GS theory



単一散乱断面積

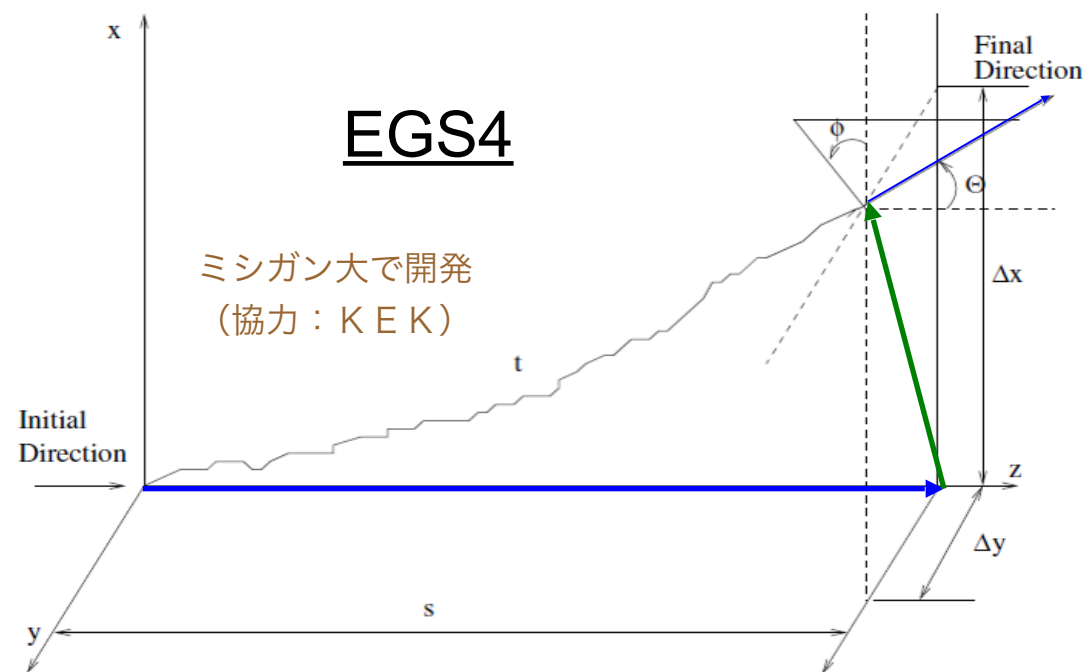
Rutherford 散乱

Mott 散乱

ステップ内での輸送

EGS4

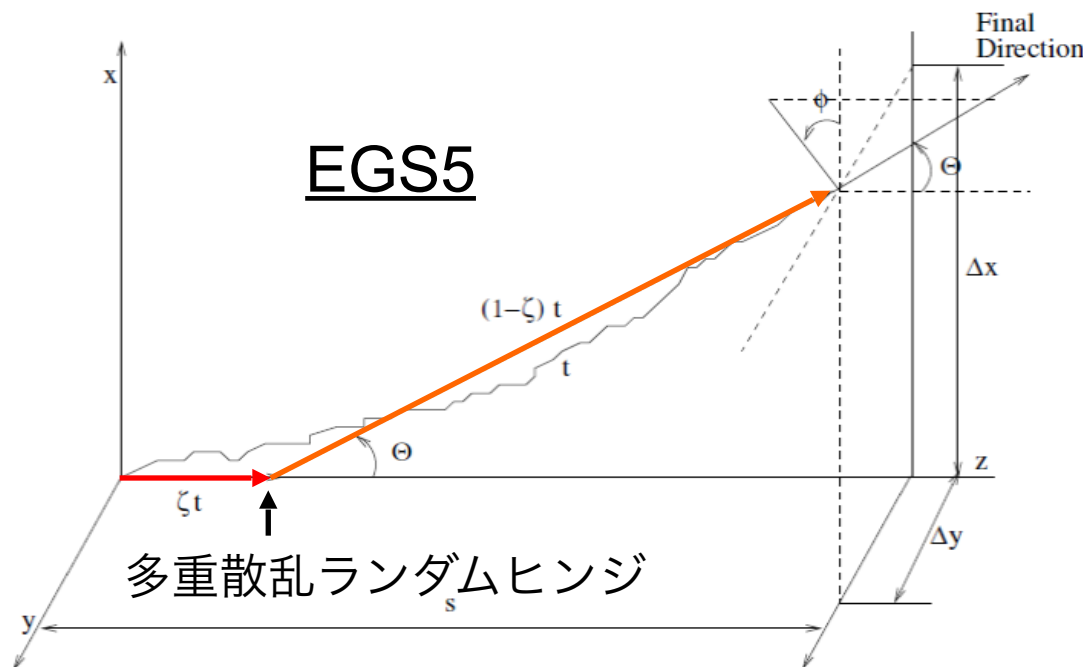
ミシガン大で開発
(協力: KEK)



1. 多重散乱ステップサイズ (s : 直線距離) を決める。
2. 直線距離(s) 移動後に、多重散乱モデルを用い、散乱角(Θ)、横変位 ($\Delta x^2 + \Delta y^2$)、曲線距離(t) を求める。

EGS5

多重散乱ランダムヒンジ



1. 曲線距離 t 内で1点 (ξ) をランダムサンプリングし「多重散乱蝶番点」とする。
2. 同点で、多重散乱モデルにより電子の方向を屈曲させる。

この Random hinge モデルで、 $\langle t/s \rangle$ 及び $\langle \Delta x^2 + \Delta y^2 \rangle$ を適切に計算できる。(ただし移動に伴うエネルギー損失を無視した場合)

EGS5のステップ内輸送機構(2)

- ξt と $(1-\xi)t$ からなるヒンジモデルの代わりに, **scattering strength** $\xi K_1(t)$ と $(1-\xi)K_1(t)$ からなるヒンジモデルを用いる。
 - エネルギー損失を考慮するため.
- “**エネルギー損失ヒンジ**” を導入し、 K_1 を求めるための G_1 の積分を単純化
 - エネルギー損失ヒンジ間でエネルギーは不変

詳細：THE EGS5 CODE SYSTEM

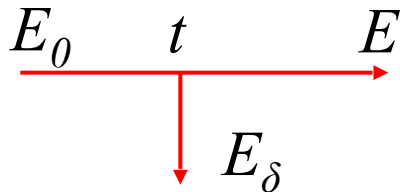
https://rcwww.kek.jp/research/egs/egs5_manual/slac730-160113.pdf

- “**Characteristic dimension**” を導入し、適切なステップ長の設定を容易に。

電子の輸送方法の代表的な“クラス”

クラスI (ITS, MCNP)

t : 固定長さ (最大エネルギーの関数)



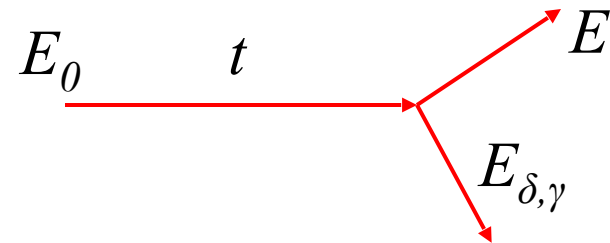
$$E = E_0 - \Delta E(t)$$

$$E_{\text{dep}} = \Delta E(t) - E_\delta$$

クラスII (EGS, Penelope)

t : 物理的な断面積に従いサンプリング

現実的な1事象の全体をシミュレートできる



$$E = E_0 - t (dE/dx) - E_{\delta,\gamma}$$

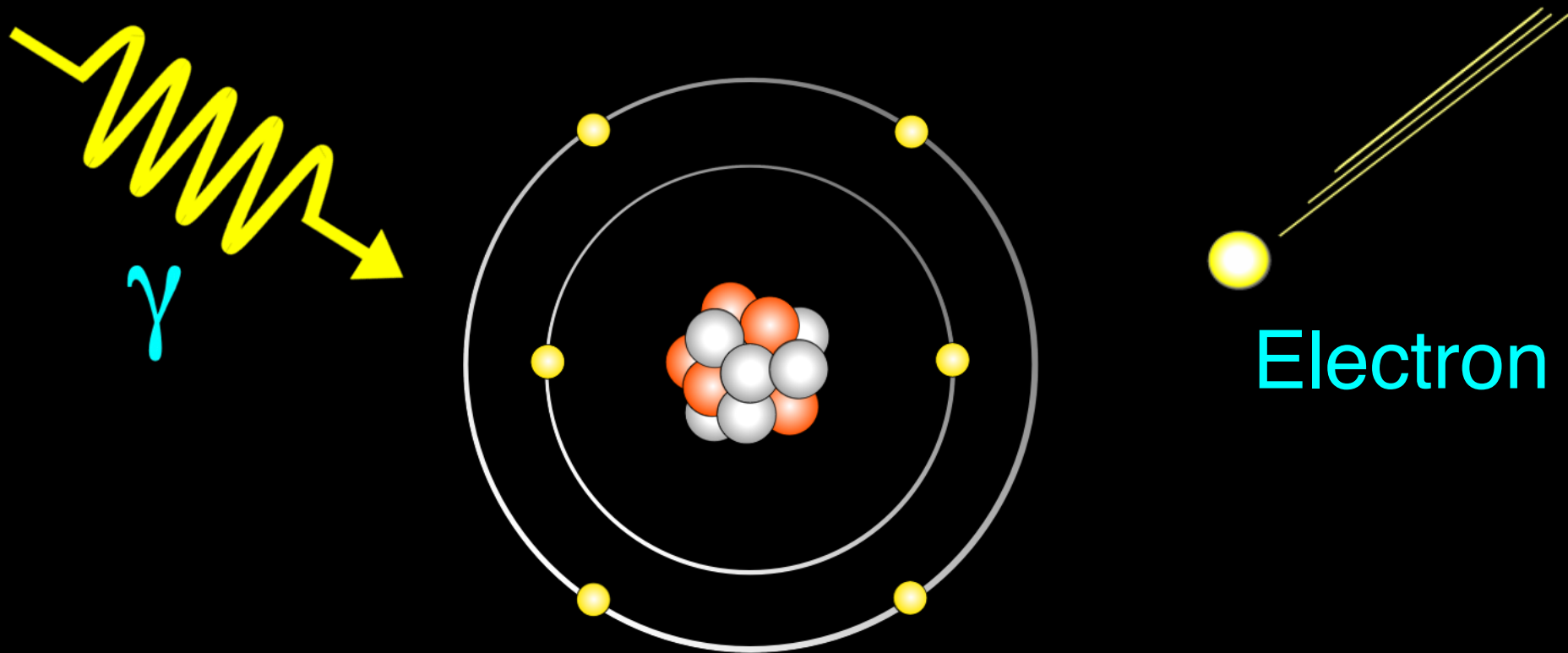
$$E_{\text{dep}} = t (dE/dx)$$

- $\Delta E(t)$: エネルギー損失ストラグリング分布からサンプリングしたエネルギー損失
- dE/dx : しきい値で決まる制限付き阻止能

電子輸送モデルの比較

コード	散乱過程	M.S.モデル	Class	ステップ内輸送機構
EGS5	Rutherford	Moliere	2	Dual Hinge Characteristic dimension
	Mott	GS		
EGSnrc	Mott	GS	2	1回散乱の分離
Penelope	Mott	GS	2	Dual Hinge 大角散乱の分離
ITS 3.0 #	Mott	GS	1	

Adopted as electron transport of MCNP



光子と電子の反応対象

単一の原子、電子、原子核

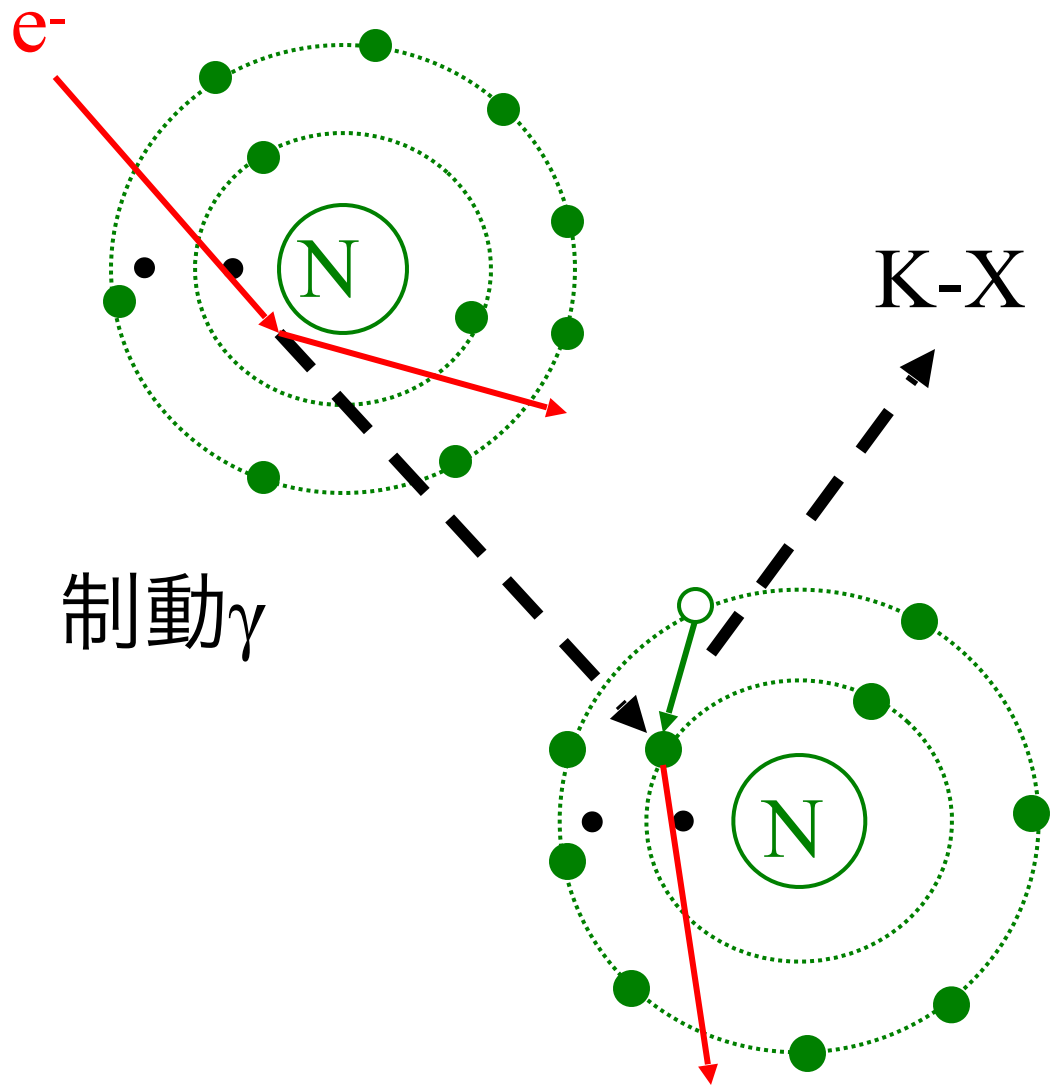
例外

- 密度効果
- レイリー散乱における干渉効果

補足

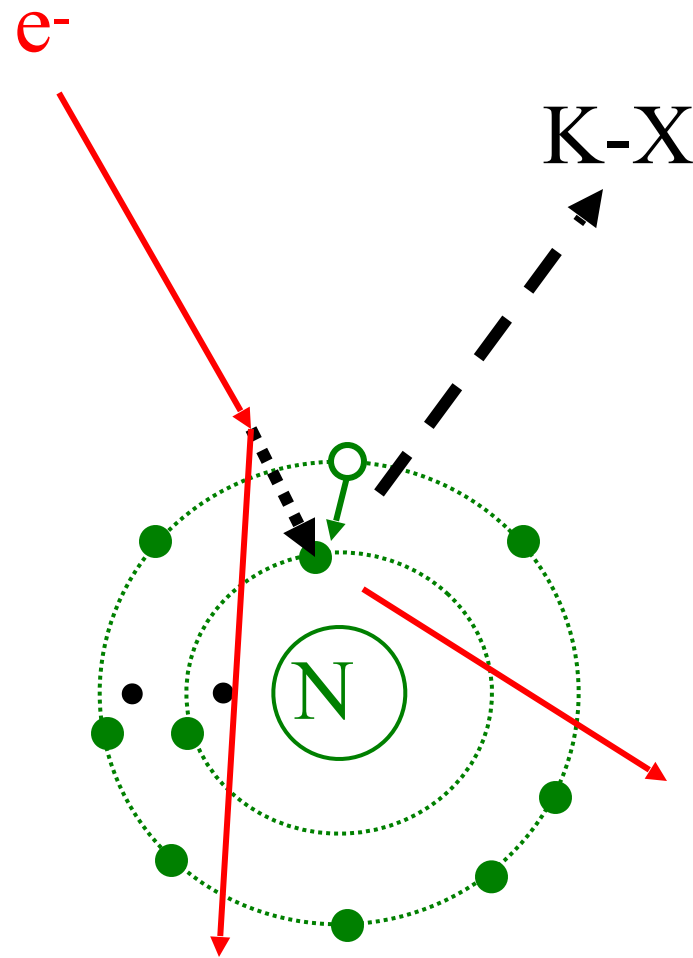
- 電子衝突電離
- α, β, γ 線のしゃへい

電子衝突電離 (EII)



制動 γ

制動 $\gamma \rightarrow$ 光電効果



EII

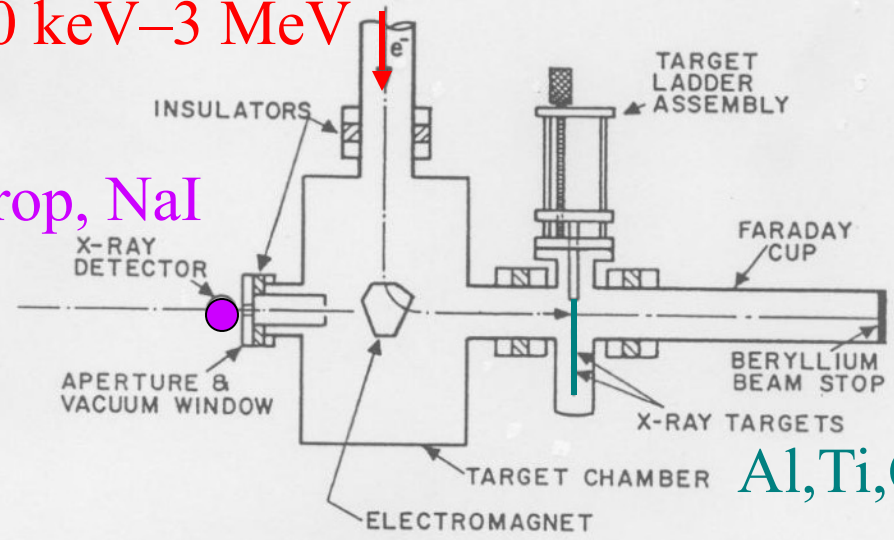
10 keV–3 MeV

e⁻

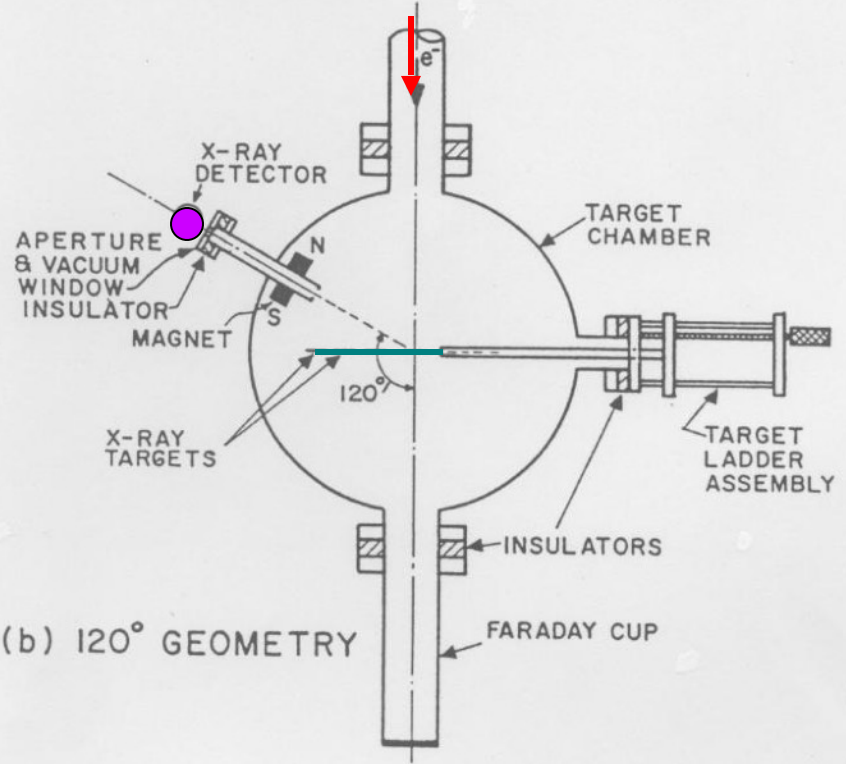
Prop, NaI

Dick et al (1973)'s exp set up

Al, Ti, Cu, Ag, Au

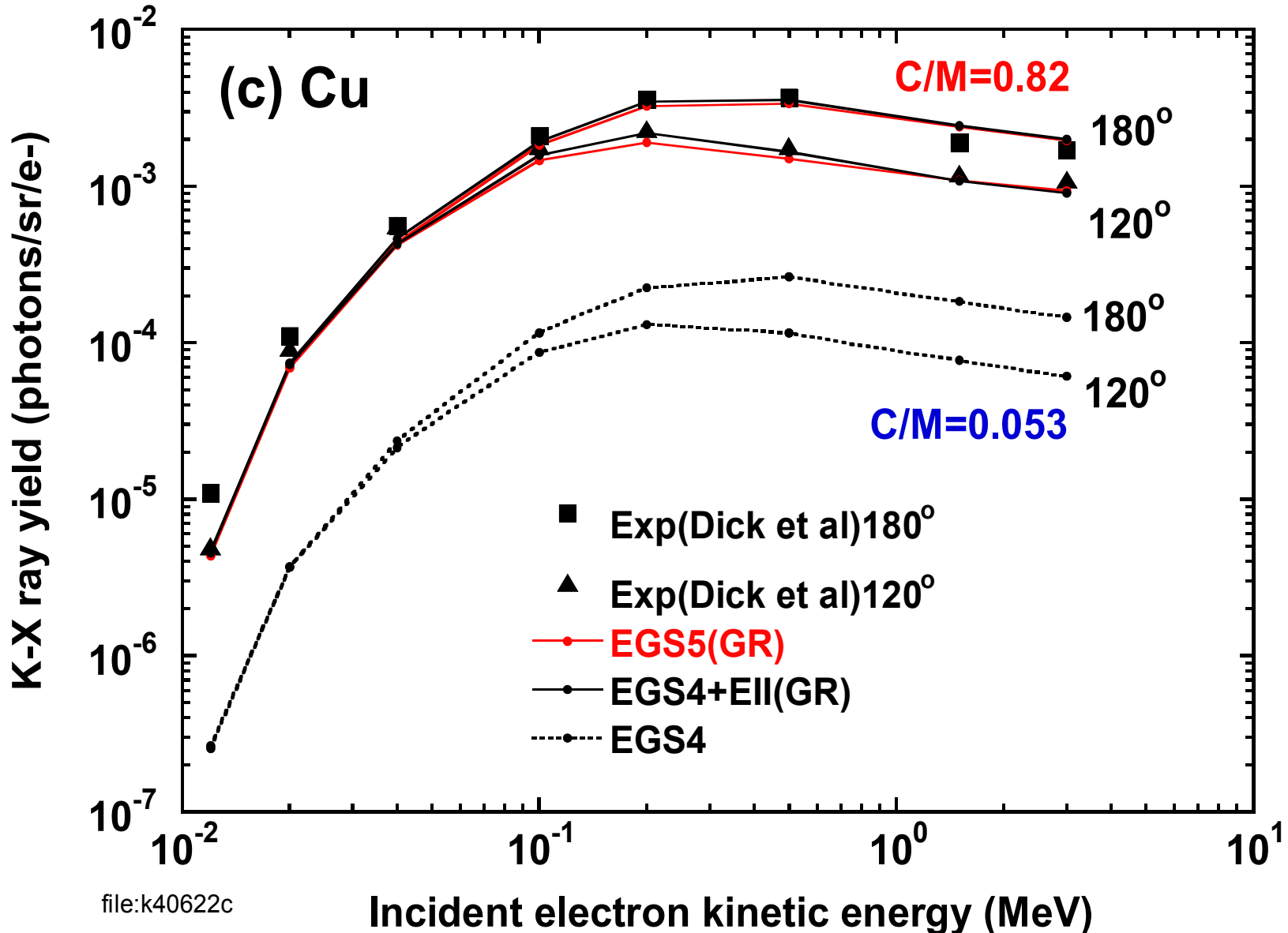


(a) 180° GEOMETRY

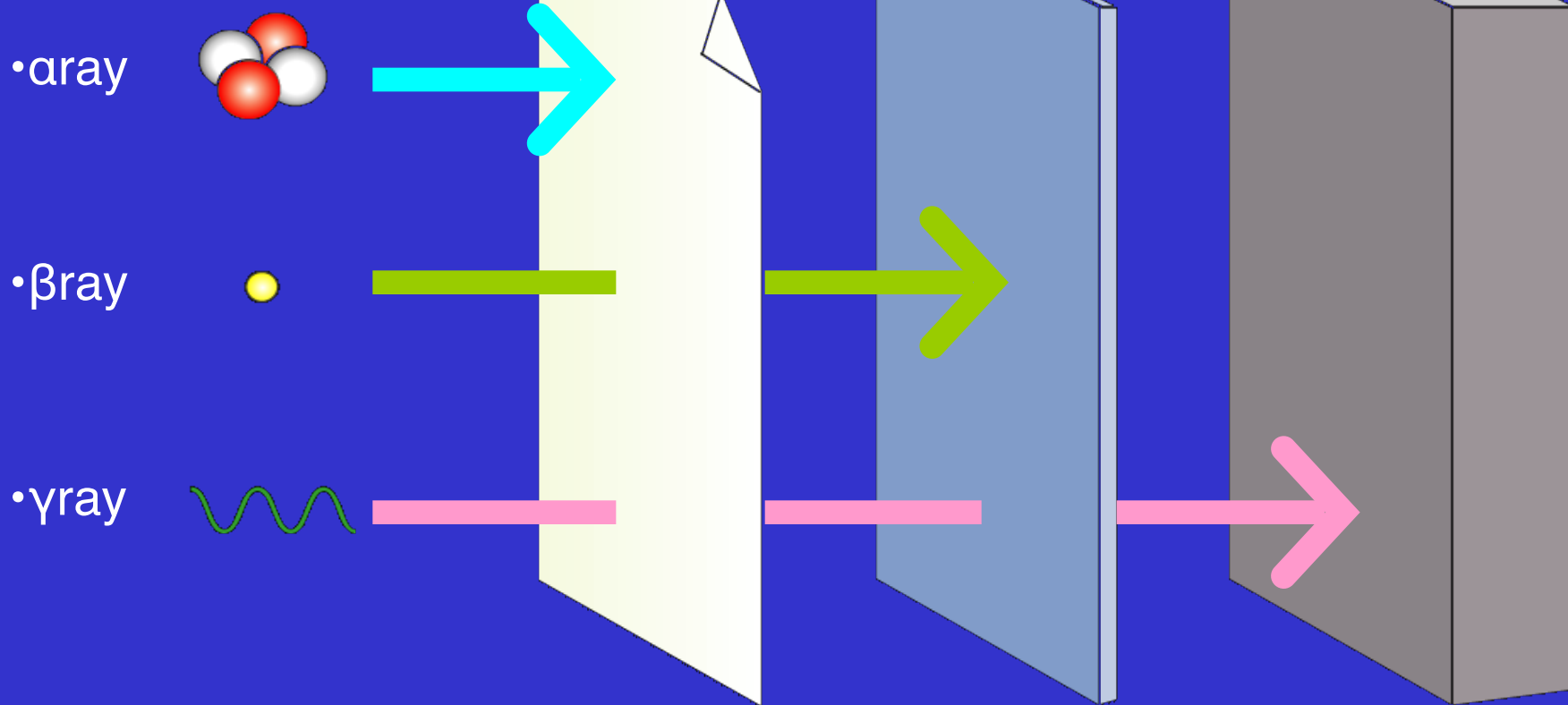


(b) 120° GEOMETRY

K X-ray yield for Cu



•紙 アルミ板 鉛ブロック



• 放射線の透過

•紙 アルミ板 鉛ブロック

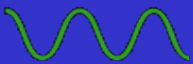
• α ray



• β ray



• γ ray



• Implicit feeling

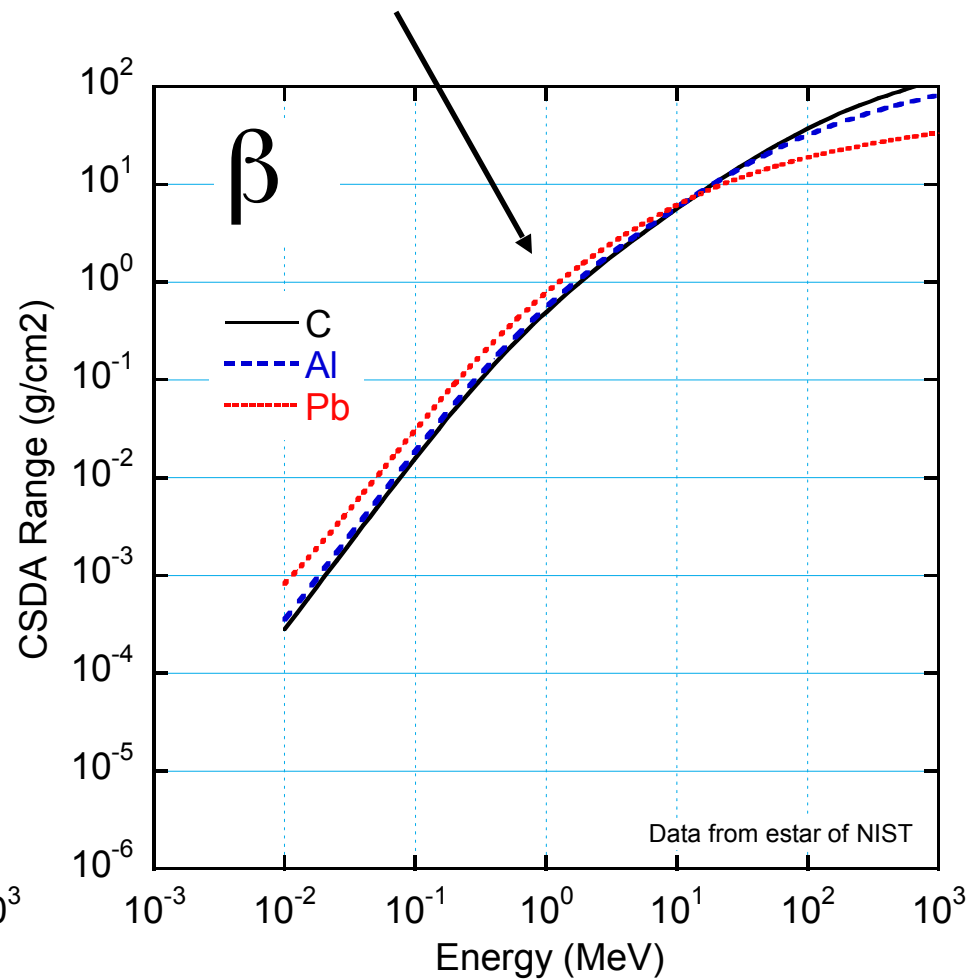
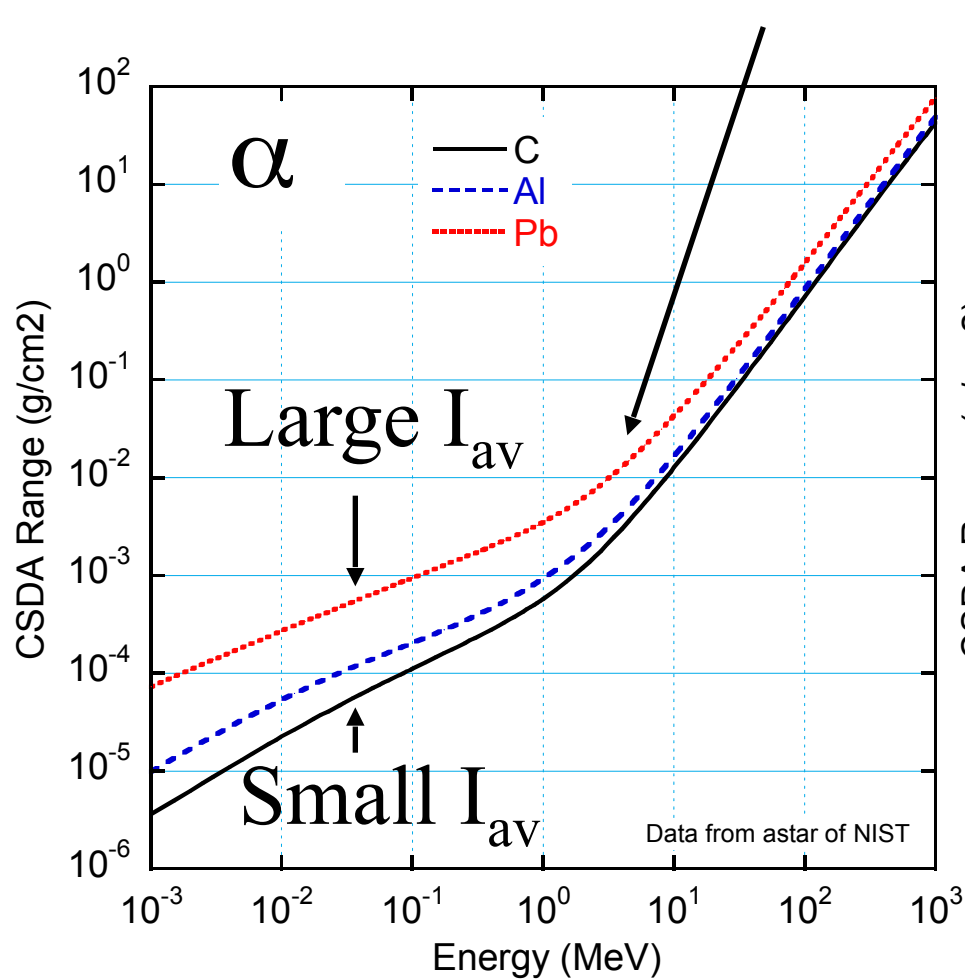
- Low Z
- Long range

- Middle Z
- Middle range

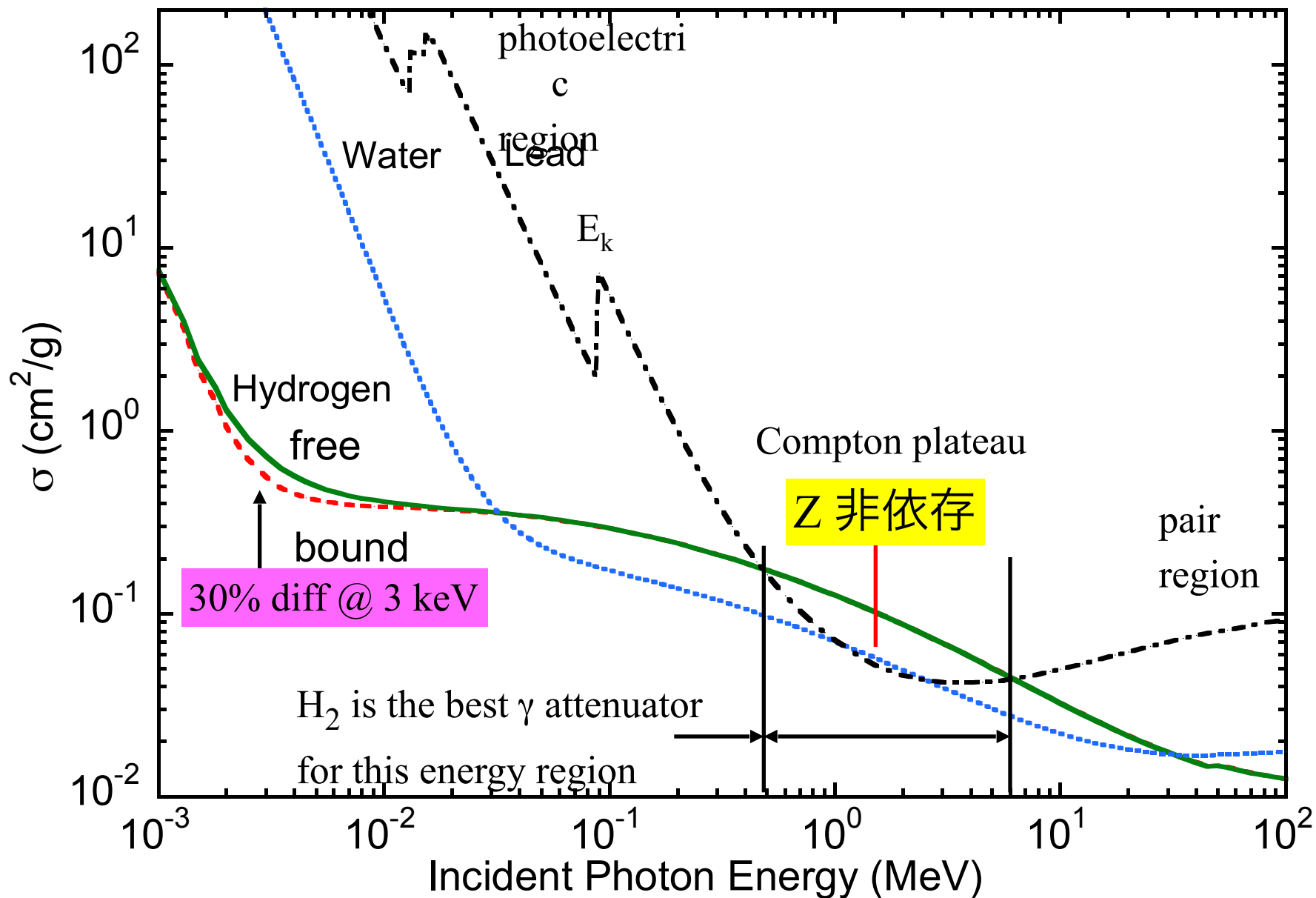
- HighZ
- Short MFP

α 線と β 線のCSDA飛程

(ほとんど) Z非依存

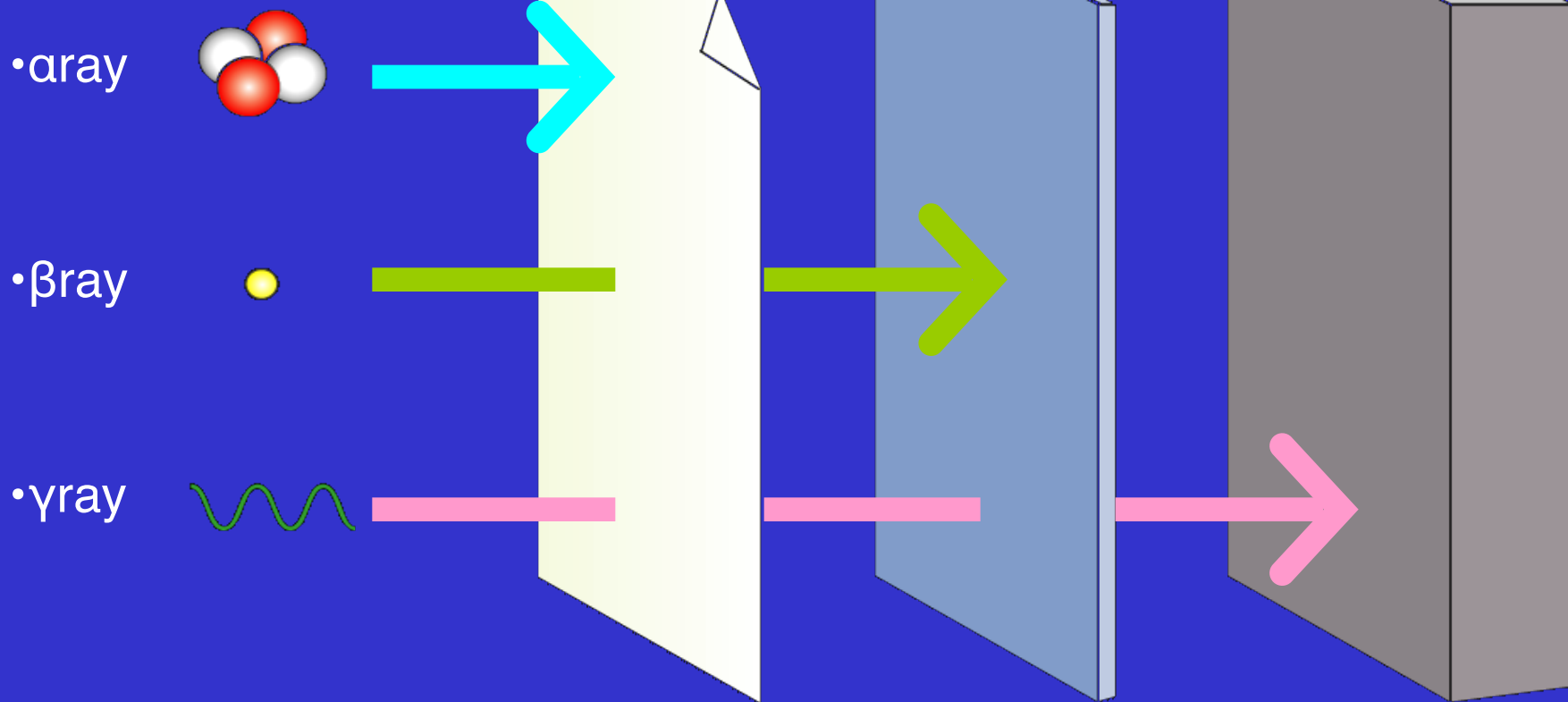


Total photon Σ vs γ -energy



放射線の透過

紙 アルミ板 鉛ブロック



実際には、 α 線や β 線の飛程 (g/cm^2) または

γ 線の平均自由行程は、(ほとんど) 7非依存!

End of Electron Monte Carlo Simulation

EGS5の電子輸送

- 弾性散乱断面積
 - Rutherford CS (Default)(=EGS4)
 - 原子核と電子の間のクーロン相互作用
 - Mott CS
 - スピン相対論効果を考慮。
- 多重散乱
 - Moliere 理論 (Default)(=EGS4)
 - Goudsmit-Saunderson theory (GS)
- 多重散乱ステップ内での輸送機構
 - 二重蝶番 (Dual Hinge)