

# 減弱係数の推定における散乱線の利用

中神 徹也 (愛知県立大学)

Use of Scattered Radiation in the Estimation of the Attenuation Coefficient  
Tetsuya Nakagami (Aichi Prefectural University)

## 1 はじめに

X線CTをはじめとするX線画像診断装置において、散乱線は像を得るために有害で不要なものであるという認識が一般的である。しかし、対象物体がなければ散乱線が生じないことを考えると、散乱線にも対象物体の情報が含まれていると考えられる [1]。本研究では、問題を簡略化した上で、数学的なモデルを導出し、減弱係数の有効推定量における分散の評価から、散乱線の利用が推定精度向上につながる事を理論的に示し、数値実験により検証する。

## 2 問題の簡略化と数理モデル

ここでは、対象物体として、減弱係数が  $\mu$  の細長く均一な円柱を想定する。直接線を測定する通常の検出器、対象物体全体を覆い、内側から散乱線を測定する  $k$  個に横断分割された円筒型検出器を図 1 に示すように配置したものを考える。また、照射 X 線に関して、広がりを持たない X 線ペンシルビームを照射する。

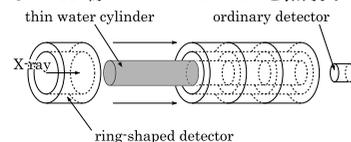


Fig.1 placement of detector

長さ  $l (> 0)$ 、減弱係数  $\mu$  の物体に X 線ペンシルビームが入射した場合、X 線が直接線として直進する確率は  $p = e^{-\mu l}$  であり、他は全て散乱するものとする。この状況は、図 2 のように光子が輸送路に沿って運ばれ、この輸送路に三叉路があり、光子は確率  $p$  で直進 (図中右向き) し、そうでないものは他方 (図中下向き) に曲がって輸送される状況でモデル化できる。直進する光子数を  $x$  とすると、 $x$  は二項分布  $B(n, p)$  に従う。この時、図 1 は、三叉路が  $k$  個連結された状態 (図 3) でモデル化できる。

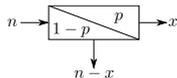


Fig.2 junction of three roads model

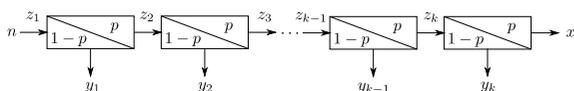


Fig.3  $k$  chain junction of three roads model

$k = 2$  の場合で考える。測定値として、 $x$  と  $y_1, y_2$  が与えられた時の有効推定量の分散を  $V(2)$ 、測定値として  $x$  と  $y_1 + y_2$  が与えられた場合、すなわち、散乱線を測定する検出器が 1 個の場合の有効推定量の分散を  $V_{-1}(2)$  とする。また、 $x$  のみが与えられた場合の有効推定量の分散を  $V_d$  とする。有効推定量の分散は Cramer-Rao の下

界で与えられ、この場合、 $V(2) < V_{-1}(2) = V_d$  が理論的に導かれる。すなわち、散乱線を測定する専用の検出器を 2 個用いることで、減弱係数の推定精度が向上する。一般に  $2 \leq k$  とし、 $x$  と  $y_1, y_2, \dots, y_k$  が与えられた場合の有効推定量の分散を  $V(k)$ 、 $x$  と  $y_1, y_2, \dots, y_{k-1} + y_k$  が与えられた場合 (散乱線検出器が 1 個少ない状況) の有効推定量の分散を  $V_{-1}(k)$  とすると、 $V(k) < V_{-1}(k)$  も導かれるため、散乱線検出器が多い方が減弱係数の推定精度が向上することも示すことができる (証明略)。

## 3 数値実験

ここでは、図 1 の体系でモンテカルロシミュレーションを行うことにより推定精度向上の検証を行う。半径 0.05 [cm]、高さ 20 [cm] の円柱状で、密度  $1.5 \text{ [g/cm}^3\text{]}$  の水 ( $\mu = 0.259195$ ) を対象物体とし、円筒型 NaI 製検出器を  $k$  個配置した。直接線は、半径 0.01 [cm]、高さ 0.1 [cm] の円柱型 NaI 製検出器により測定する。また、X 線管球、物体、円柱型検出器は一直線上に配置されているものとする。投影時、再構成時の X 線光子数は  $10^5, 10^7$  とし、100 [keV] の単色仮定とする。有効推定量を構成することは困難であるため、ここでは最尤法を用いる。減弱係数を推定する実験を 1000 回行い、真との平均二乗誤差  $\mu_{err}$  で評価を行う。シミュレーションには、高エネルギー加速器研究機構により提供されている EGS5 を利用する。

## 4 結果

Table 1 シミュレーション結果

手法	分割数 $k$	平均値 $\hat{\mu}$	$\mu_{err} (\times 10^{-4})$
直接線のみ	—	0.259169	7.111209
直接線と散乱線	1	0.259166	7.094014
	2	0.259198	3.921291
	10	0.259192	3.584548

直接線のみでの測定よりも散乱線も測定する方法、検出器の分割数を増やした方法の優位性が確認できる。また、 $k = 10$  に対し、直接線のみで同程度の精度を得るのに必要な投影時の光子数は、 $11 \times 10^5$  であった。ここから、1/11 程度の被曝低減効果がある事が分かった。本研究では、問題を単純化した上で、散乱線も利用する方法、検出器の分割数を増やす方法による減弱係数の推定精度の向上につながる事を理論的に示し、これを数値実験により検証した。今後は、実際の CT の体系で検証を行う。

## 参考文献

[1] K. Takemoto, et al.: Proc. 20<sup>th</sup> EGS User's Meeting in Japan, pp.1-8, 2013.