

# 電子後方散乱の モンテカルロ計算と実験の比較

総研大 桐原 陽一

KEK 波戸 芳仁、平山 英夫、岩瀬 広

# 背景と目的

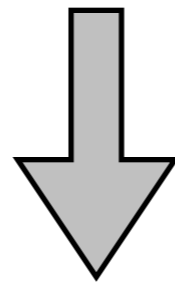
## 電子後方散乱

- 電磁モンテカルロコード電子輸送ベンチマークとして有用

コードが採用しているモデルの差が出やすい

- いろいろな測定法で多くの実験が行われている

実験データ間で差異が有る



実験データとコードおよびモデルの相互比較  
計算モデルの改良

# 過去の電子後方散乱実験

## 測定方法

- ターゲットに電子を照射し、後方に散乱された電子を測定する

## 検出器

- ファラデーカップ、電離箱  
Si検出器、EPMA\*

## 入射エネルギー

- 4 keV ~ 14 MeV

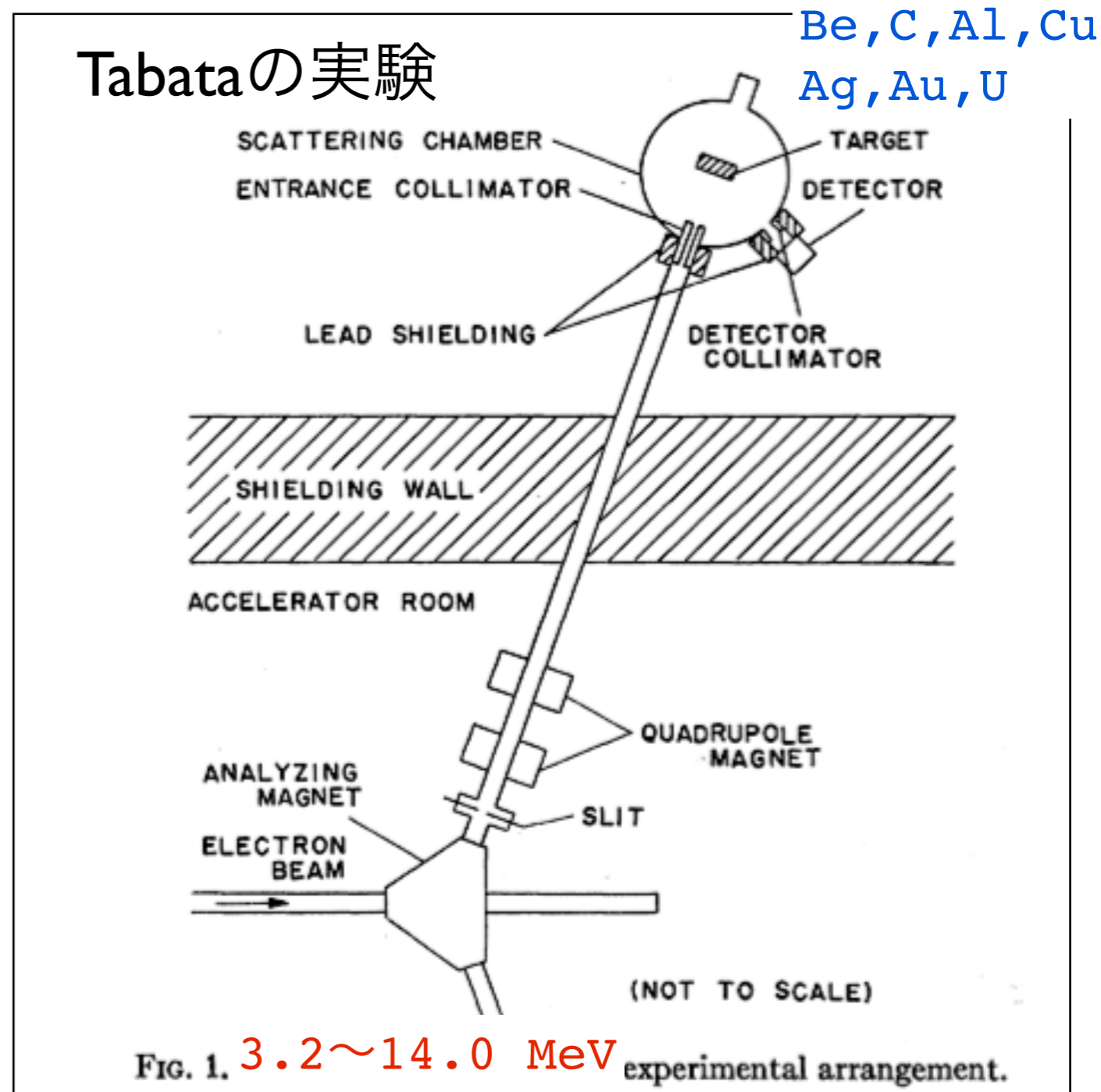
## ターゲット

- Be(low Z) ~ U(high Z)
- 厚さは半無限厚

## 測定量

- 数、エネルギー

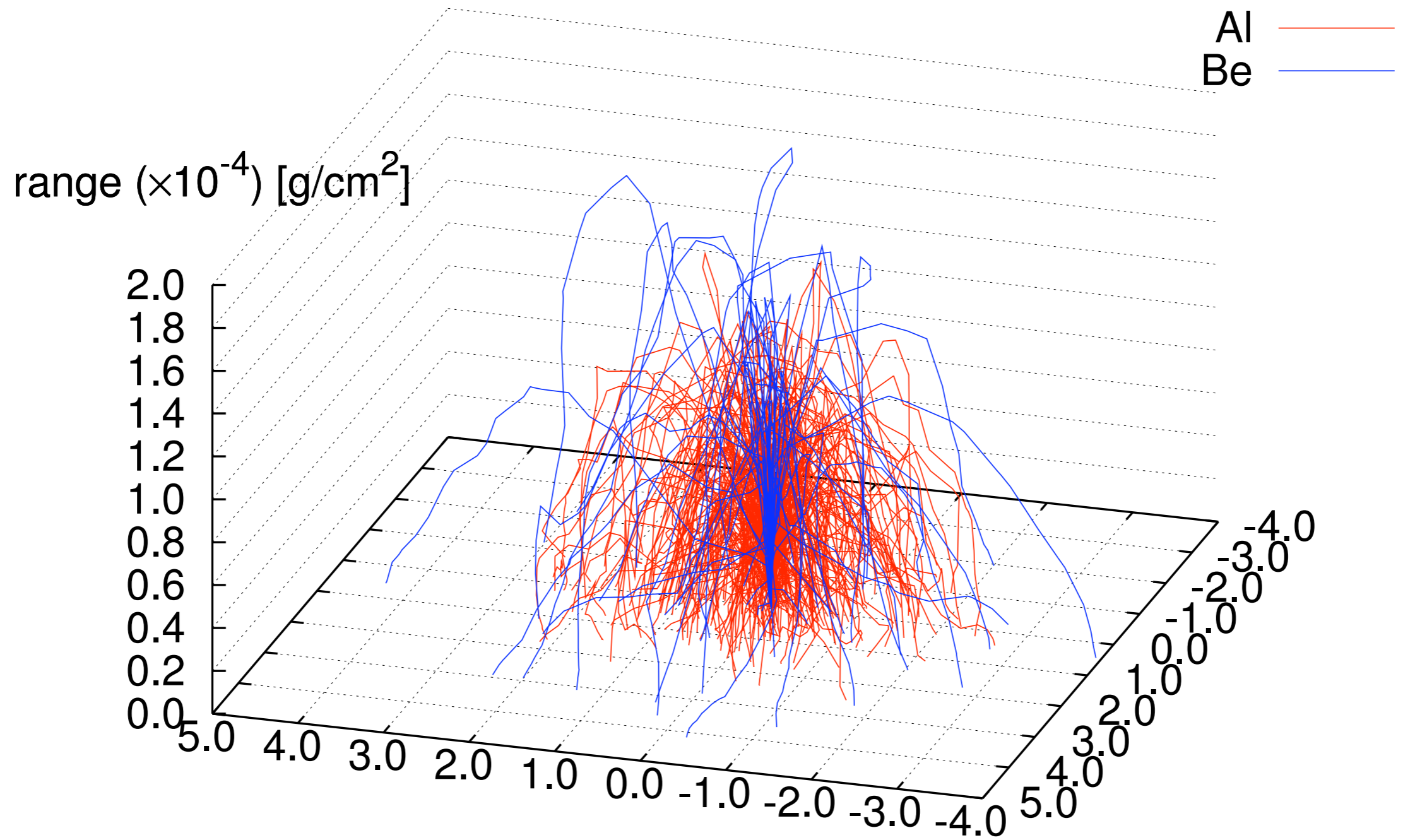
\*電子線マイクロプロープアナライザー



T.Tabata, Phys. Rev. 162, 336 (1967)

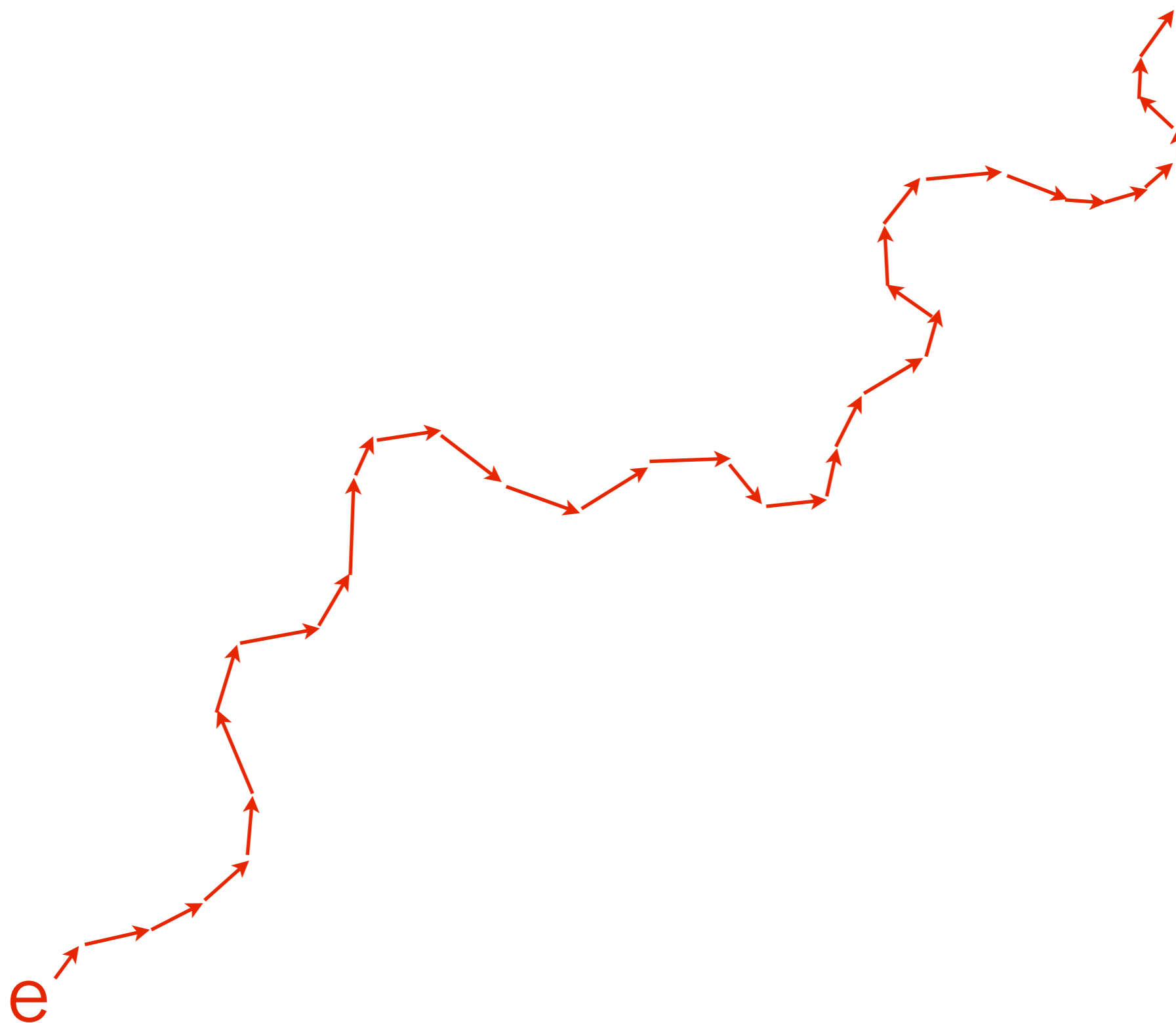
# 電子輸送散乱モデル

# 後方散乱電子の軌跡

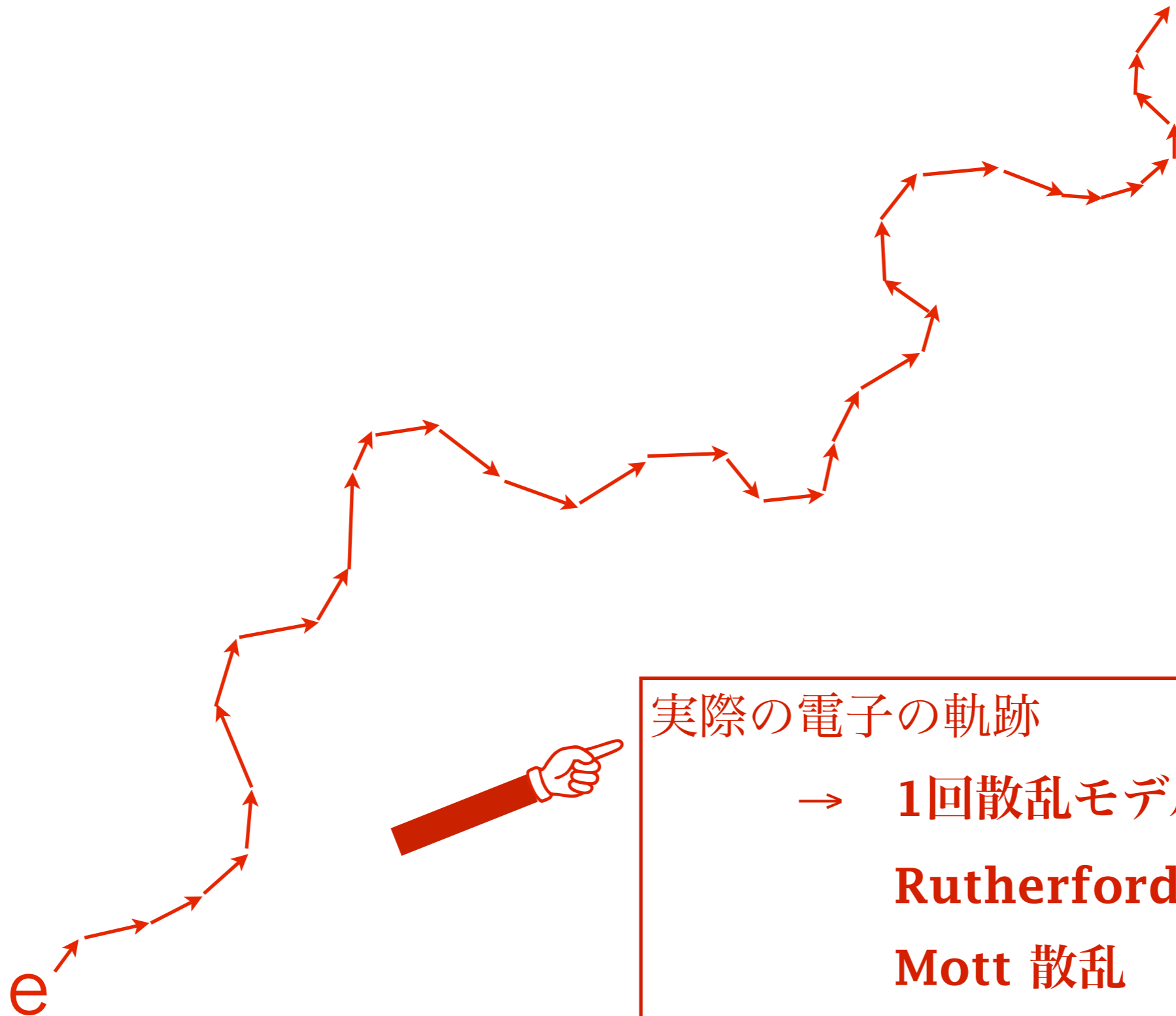


# 電子の散乱モデル

# 電子の散乱モデル



# 電子の散乱モデル



実際の電子の軌跡

→ 1回散乱モデルで再現できる

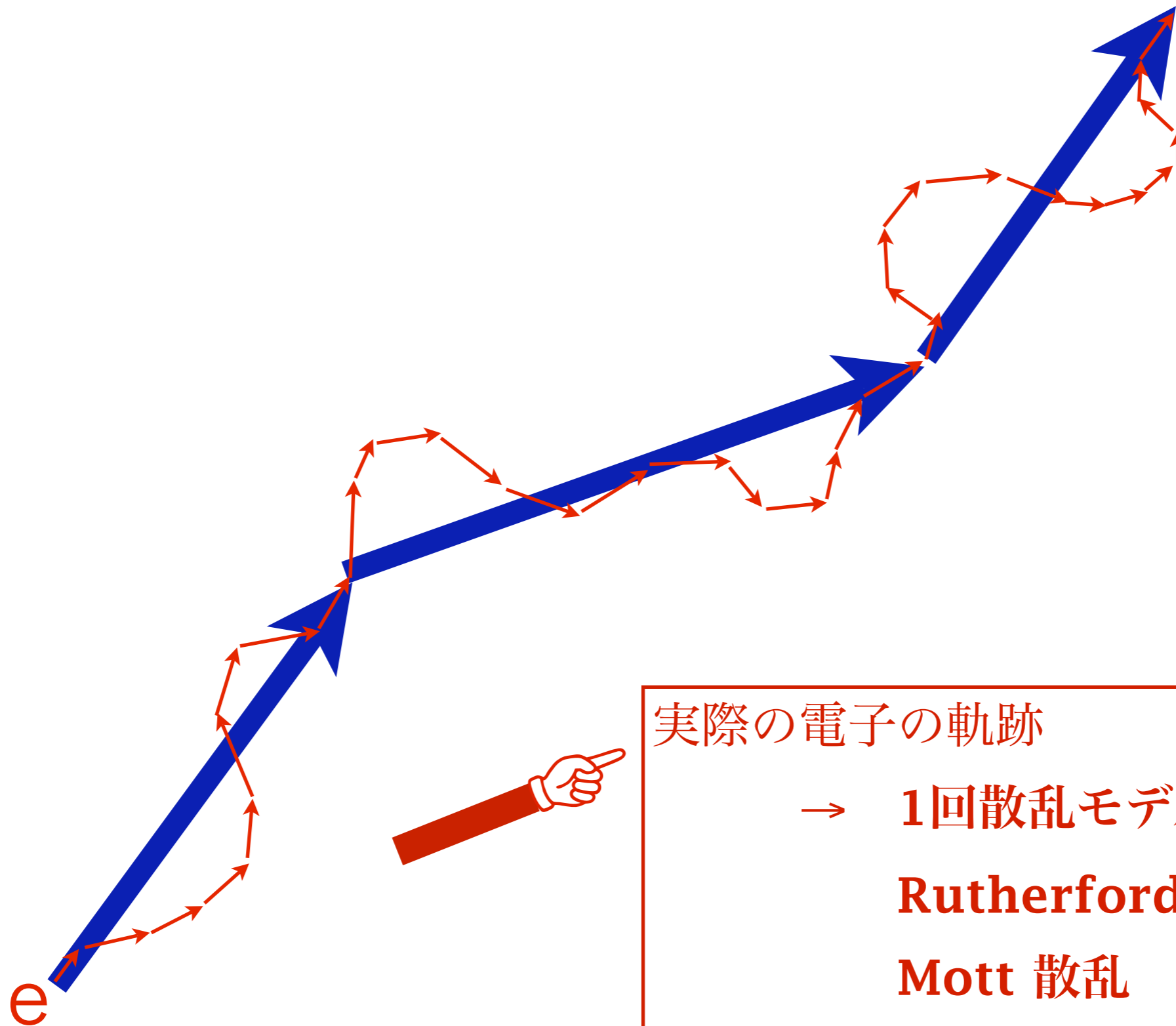
**Rutherford 散乱**

**Mott 散乱**

微小区間のため全てを再現するにはコスト高



# 電子の散乱モデル



実際の電子の軌跡

→ 1回散乱モデルで再現できる

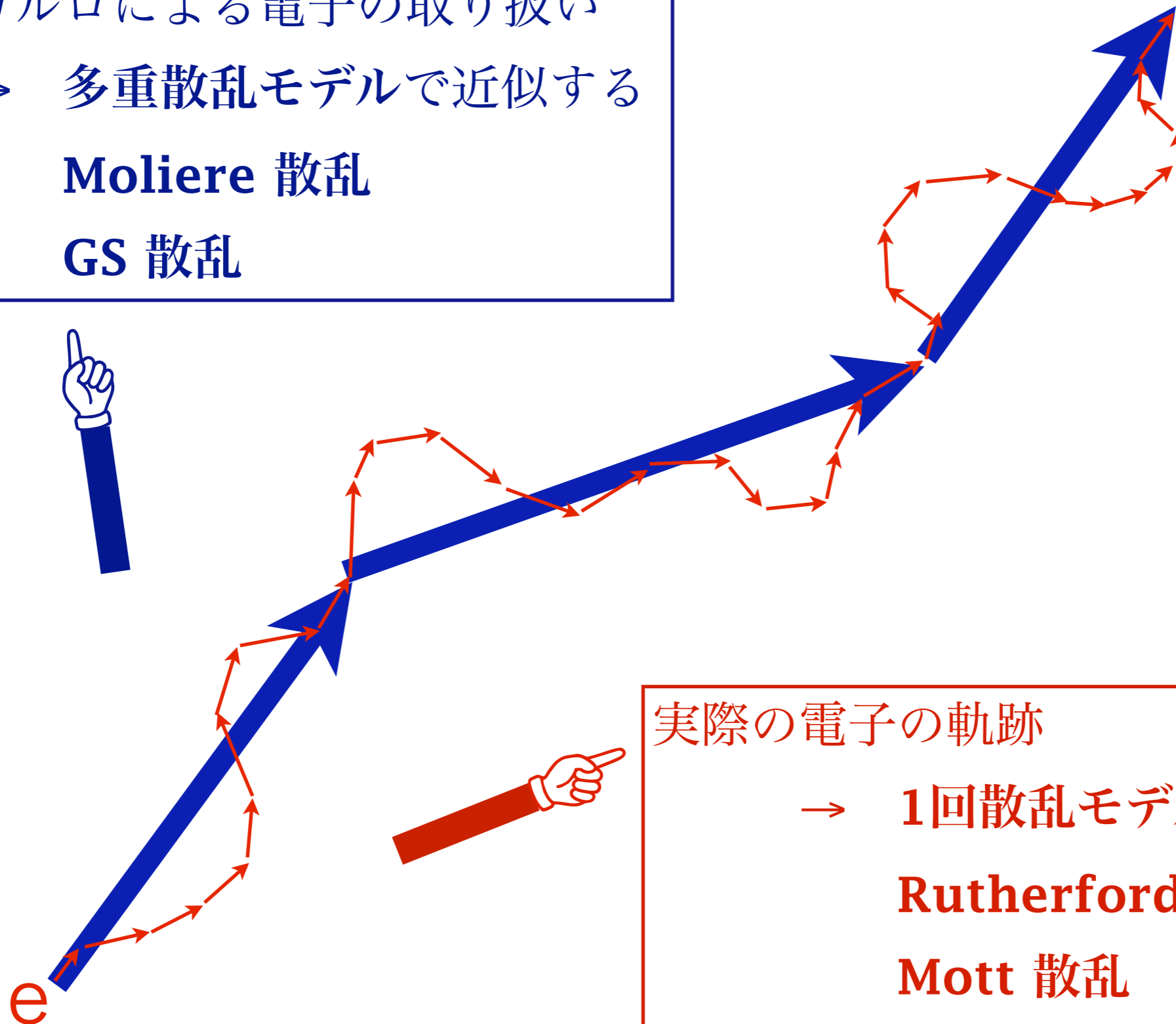
**Rutherford 散乱**

**Mott 散乱**

微小区間のため全てを再現するにはコスト高

# 電子の散乱モデル

モンテカルロによる電子の取り扱い  
→ 多重散乱モデルで近似する  
**Moliere 散乱**  
**GS 散乱**



実際の電子の軌跡  
→ 1回散乱モデルで再現できる  
**Rutherford 散乱**  
**Mott 散乱**

微小区間のため全てを再現するにはコスト高

# 多重散乱モデル

電子が物質を通過するとき、原子核との多数の弾性散乱をモデル化したもの

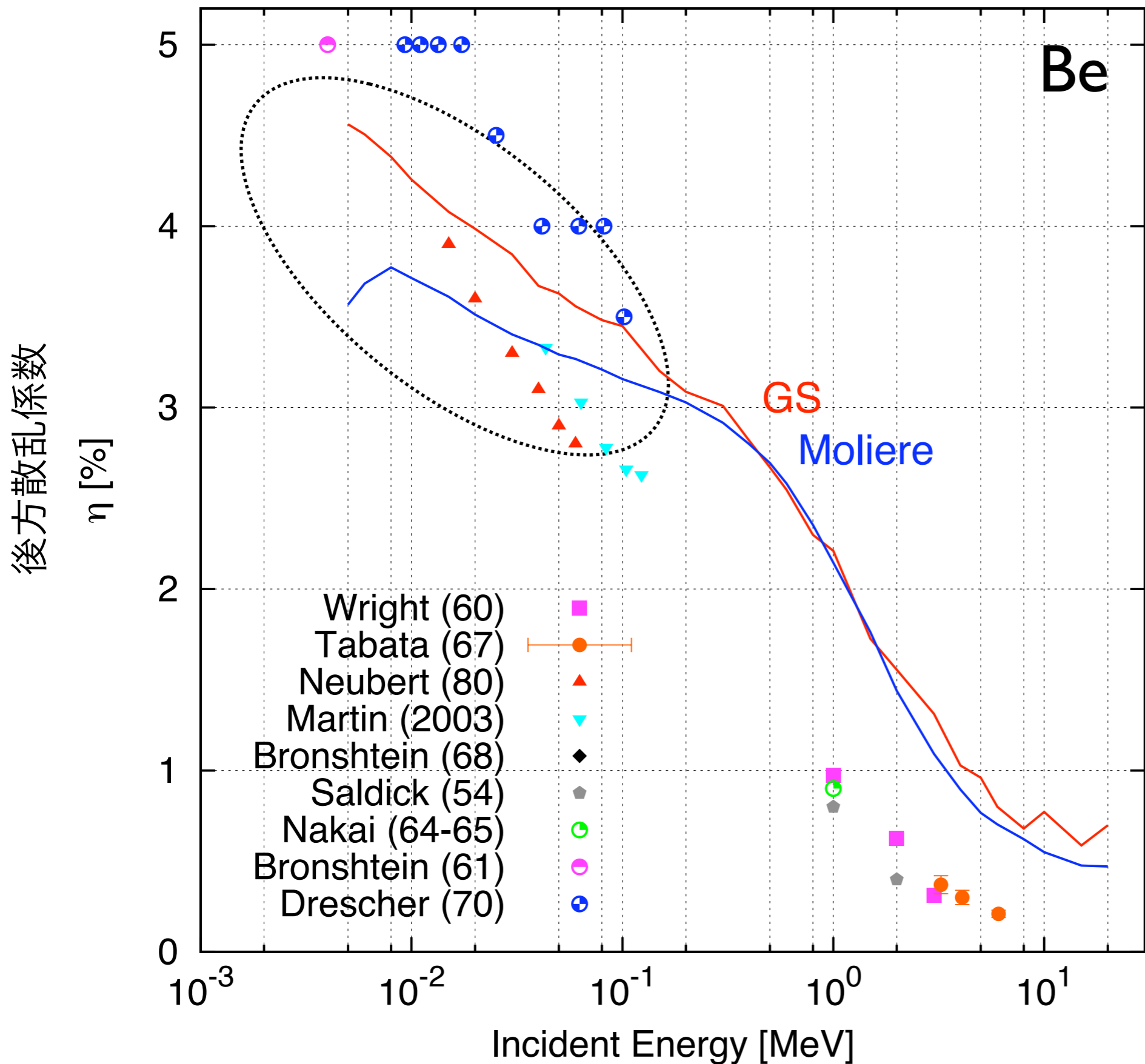
## Moliere多重散乱

- 乱数のサンプリングが単純
- 小角度( $20^\circ$ )以下で使用
- すくなくとも100回以上の弾性散乱の経路長が必要

## Goudsmit-Saunderson (GS) 多重散乱

- Moliereより乱数のサンプリングが複雑
- 全散乱角に制限なしで使用
- 様々な弾性散乱断面積で使用可能
- 20 MeV以上は適用不可(数値計算が収束しない)

# Moliere多重散乱とGS多重散乱の比較



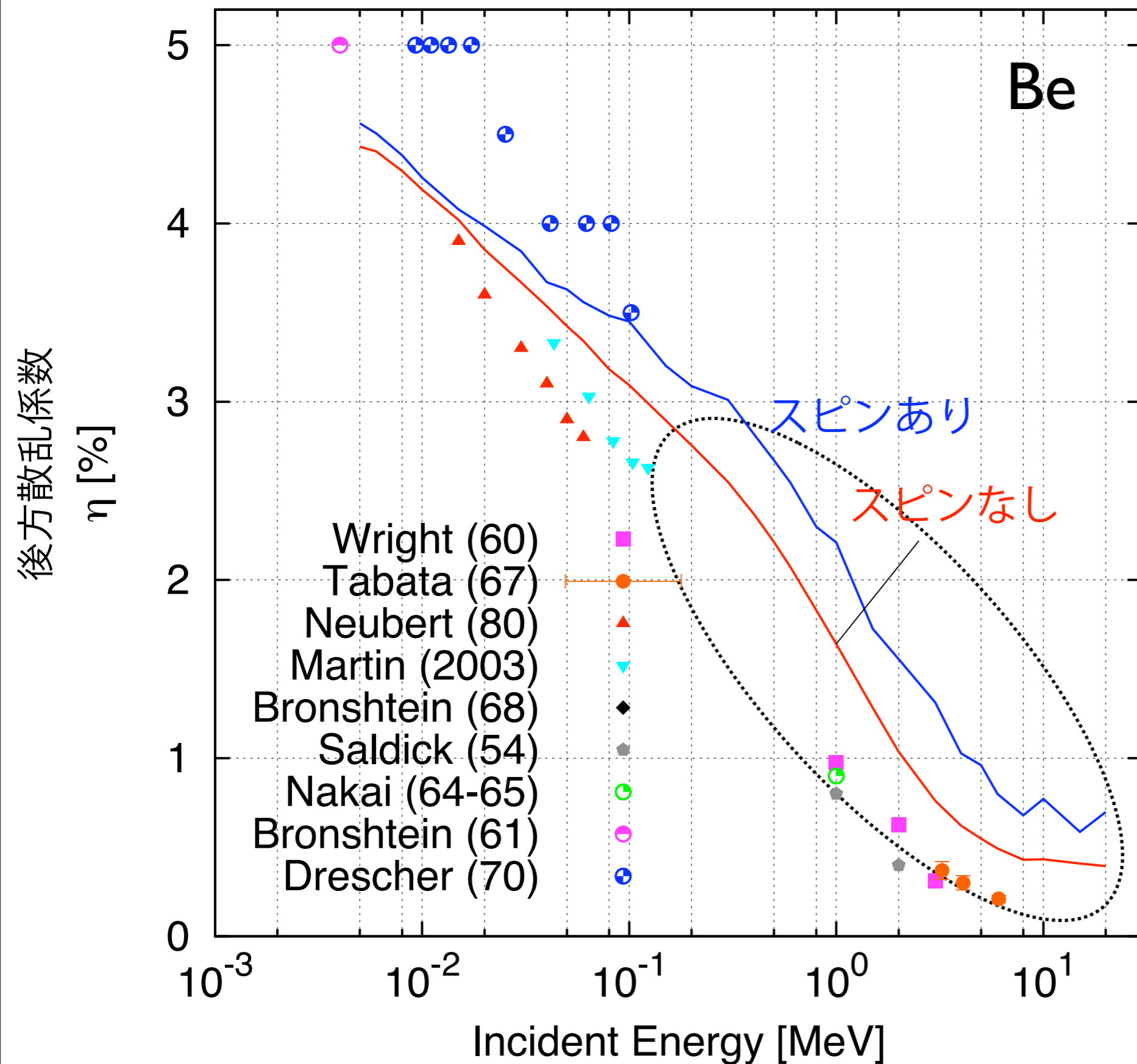
- keV領域で差異
- 高エネルギーでは差が小さい

# スピン相対論効果を含めた散乱断面積

## スピン相対論効果 (Mott散乱)

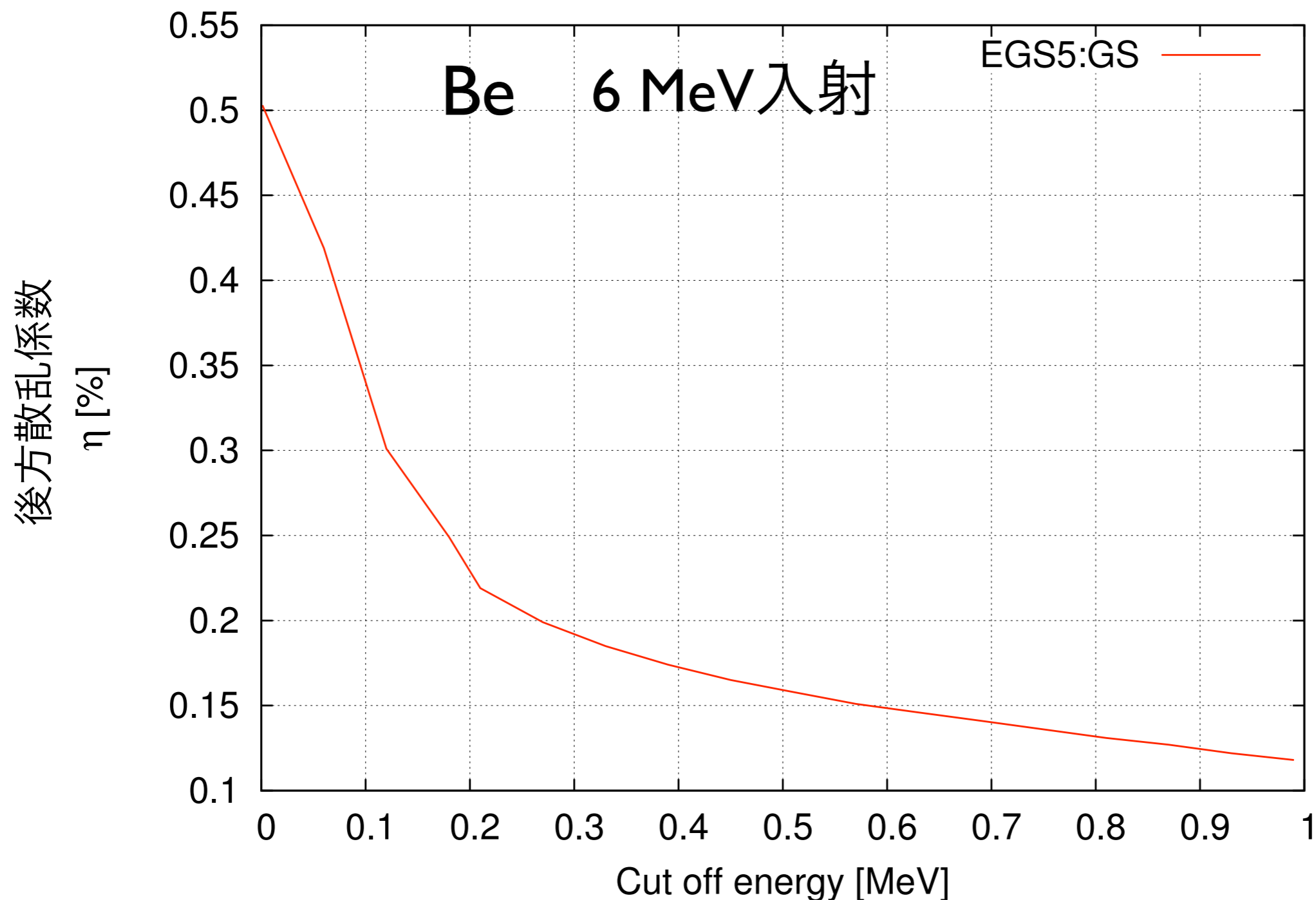
- 電子のスピン  $1/2$  を考慮
- 相対論的エネルギーでRutherford散乱を変更

# Spin相対論効果の影響



- MeV領域で差異
- 低エネルギーほど差は小さい

# エネルギーカットオフの影響



カットオフの値によって後方散乱係数が大きく変わる

全計算コードでカットオフを **1 keV** に統一

# 実験データと電磁モンテカルロコードの比較



# 電磁モンテカルロコード

- **EGS5** (Electron Gamma Shower version 5)
- **EGSnrc** (Electron Gamma Shower NRC)
- **PENELOPE**  
(PENetration and Energy LOss of Positrons and Electrons)
  - スペイン バルセロナ大学にて作成
- **ITS 3.0**  
(INtegrated TIGER Series of coupled electron/photon version 3.0)
  - ETRANの後継

# 各コードの電子散乱モデル

コード	電子多重散乱モデル	スピン相対論効果
EGS5	Moliere	無
	GS	有
EGSnrc	GS 一回散乱は個別	有
PENELOPE	GS(小角) 個々に計算(大角)	有
ITS 3.0	GS	有

すべてのコードでGS、スピンあり、  
cut off 1 keVで計算

# 計算方法

## 計算体系

### 入射エネルギー

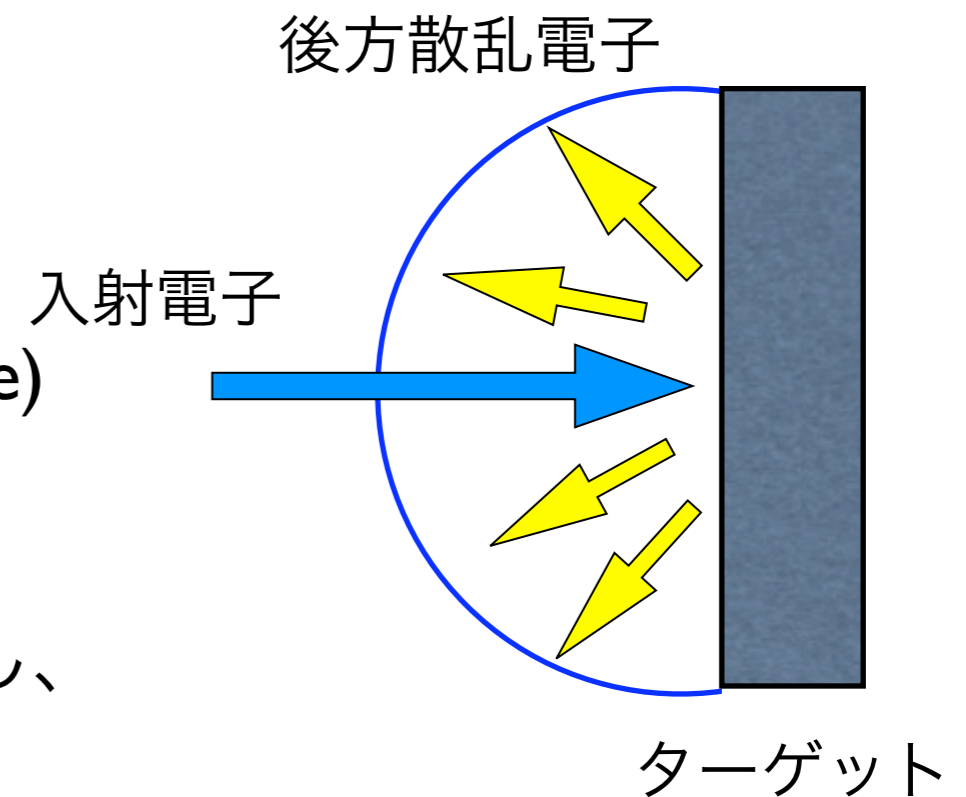
- 2keV~20 MeV

### ターゲット

- Be, Al, Ag, Au
- Saturation thickness (CSDA range)

### スコア

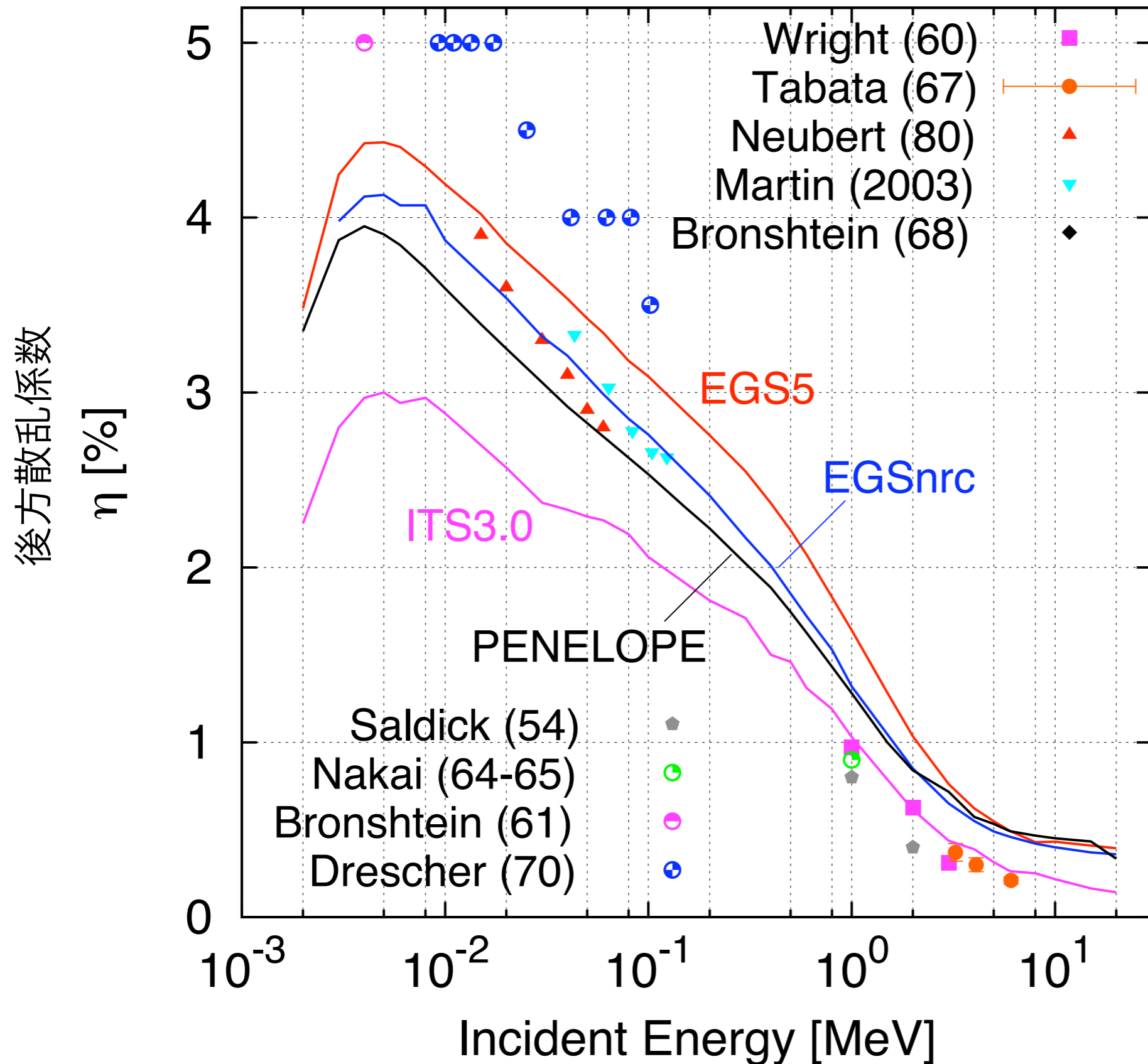
- 後方全面(2π)の散乱数を計測し、  
後方散乱係数を計算



$$\text{後方散乱係数} = N/N_0$$

- 入射した電子数に対して後方へ散乱された比率
- 2%以内の統計誤差(1σ)で計算

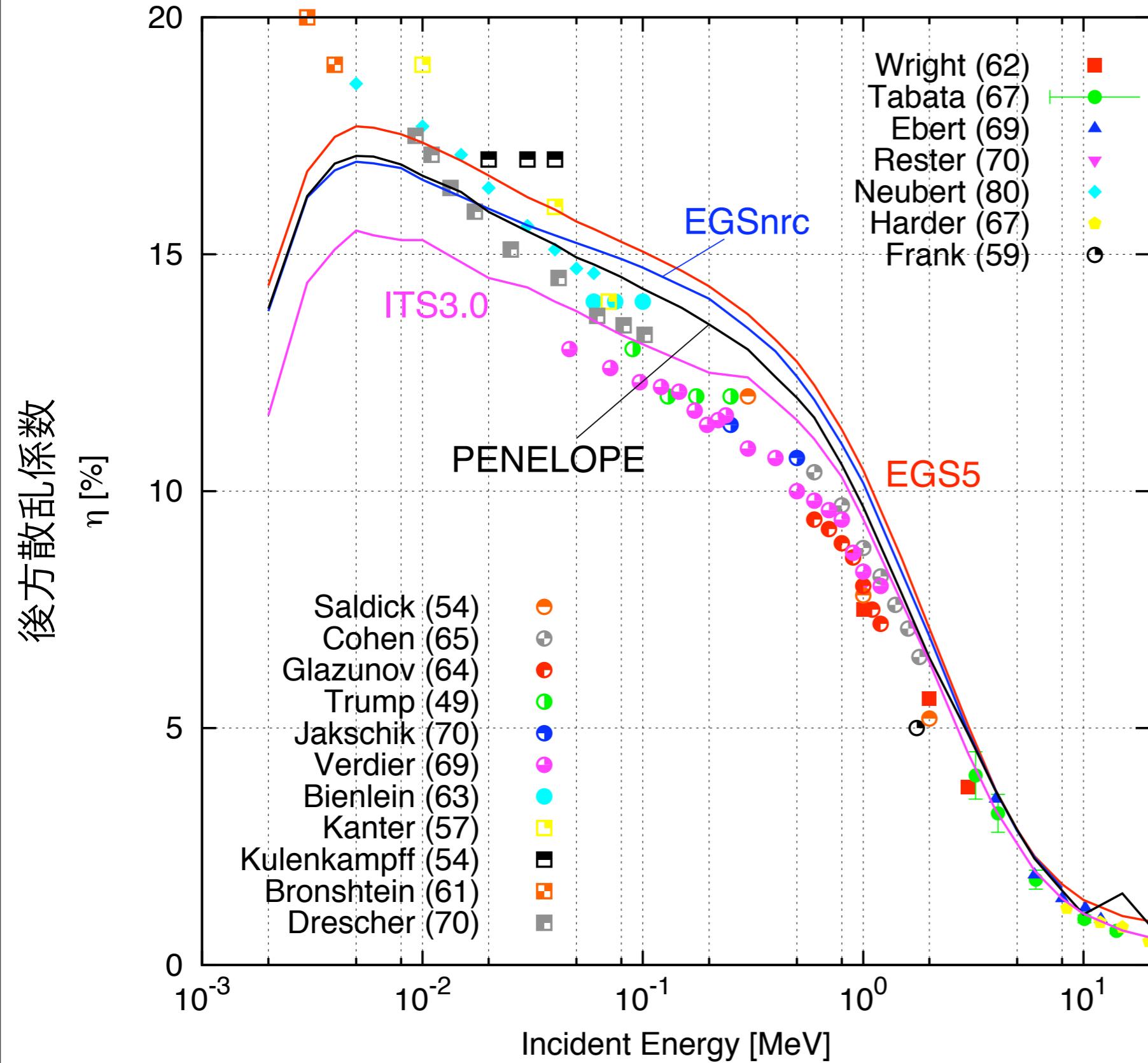
# 電子後方散乱係数 Be(Z=4)



•ITS 3.0が全体的に小さい

•実験データ間、計算値ともに差が顕著

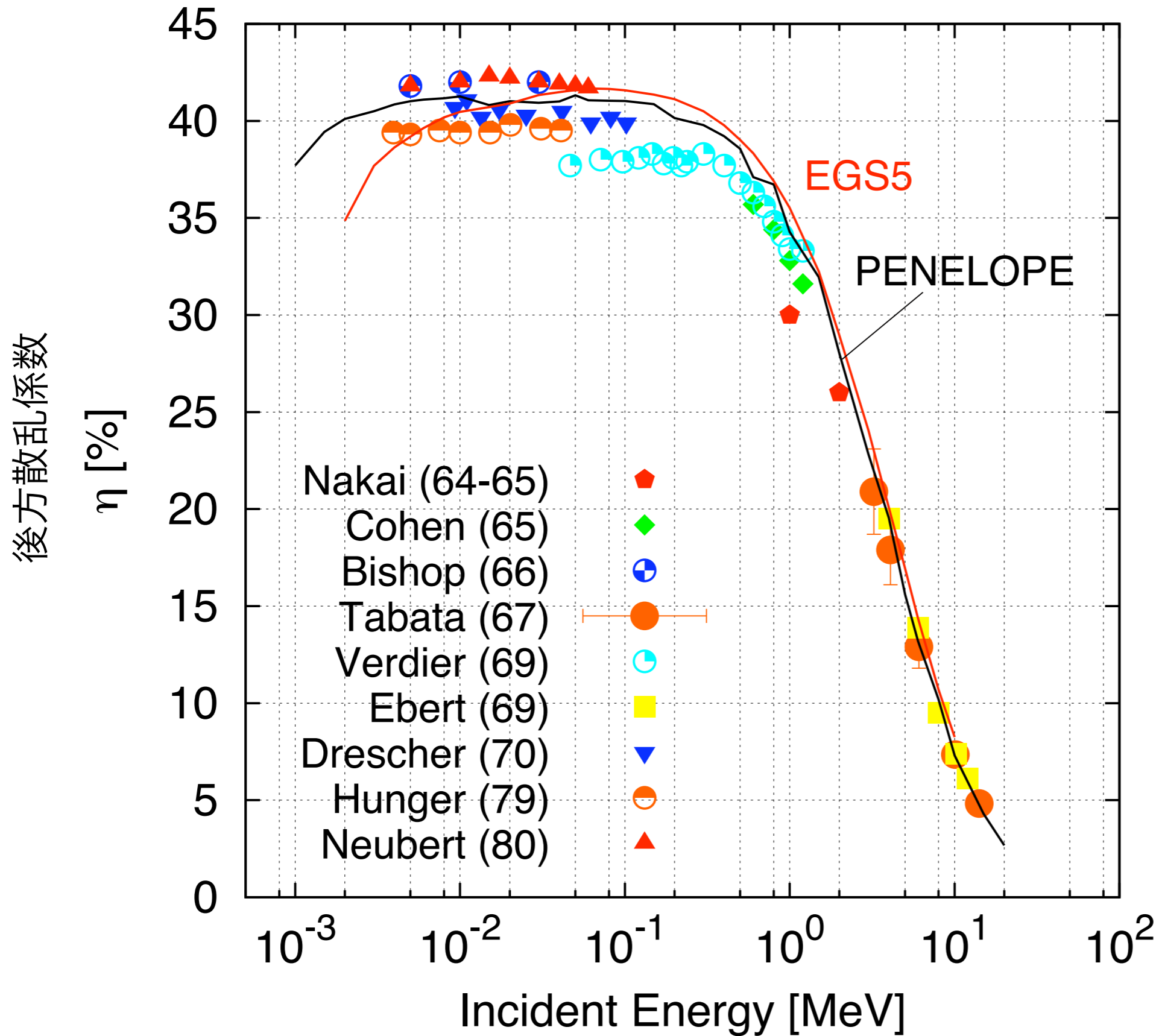
# 電子後方散乱係数 AI (Z=13)



●MeVの領域ではコード間の差が小さい

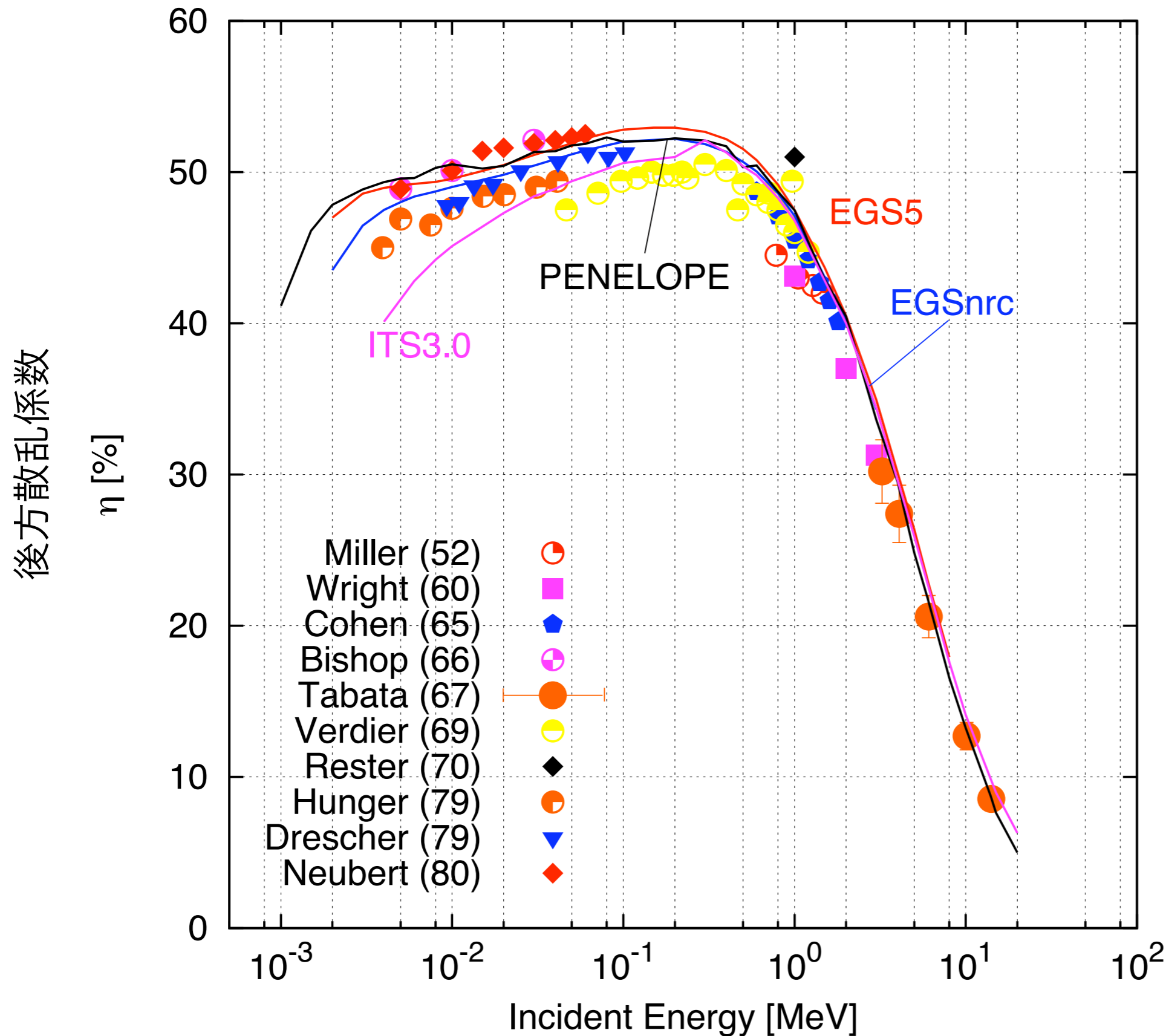
●実験値をよく再現

# 電子後方散乱係数 $A_g$ ( $Z=47$ )



- MeVの領域ではコード差が小さい
- 実験値をととてもよく再現

# 電子後方散乱係数 Au (Z=79)



•MeVの領域では  
差が小さい

•実験値を  
とてもよく再現

Molieremultiple scattering to spin relativistic effects are applied



# Rutherford断面積とMott断面積

## Rutherford断面積

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Z^2 r_0^2 \frac{(1 - \beta^2)}{\beta^4} \frac{1}{(1 - \cos \theta)^2}$$

Z:原子番号

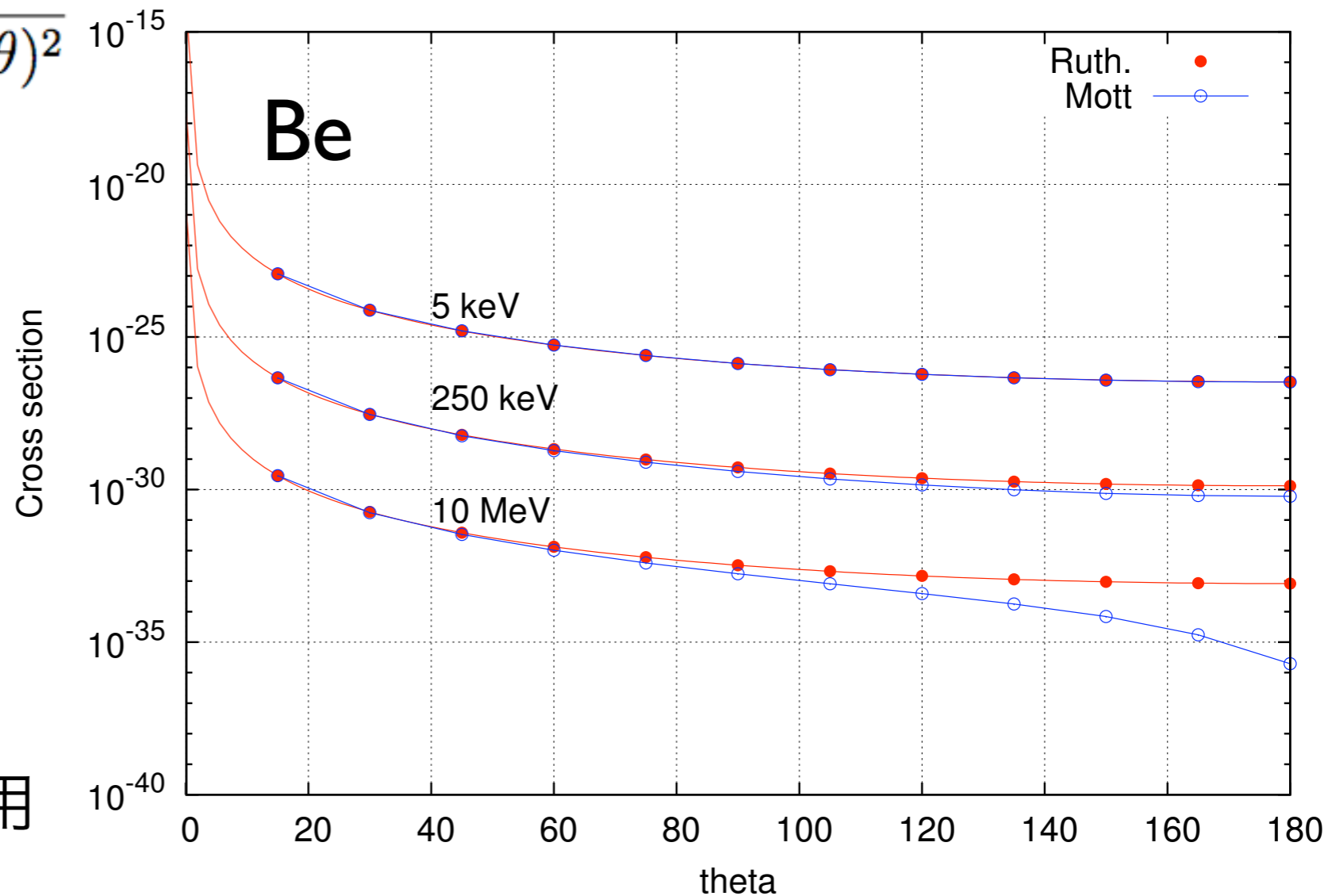
$r_0$ :古典電子半径

$\beta$ :光速に対する電子の速度

$\theta$ :散乱角

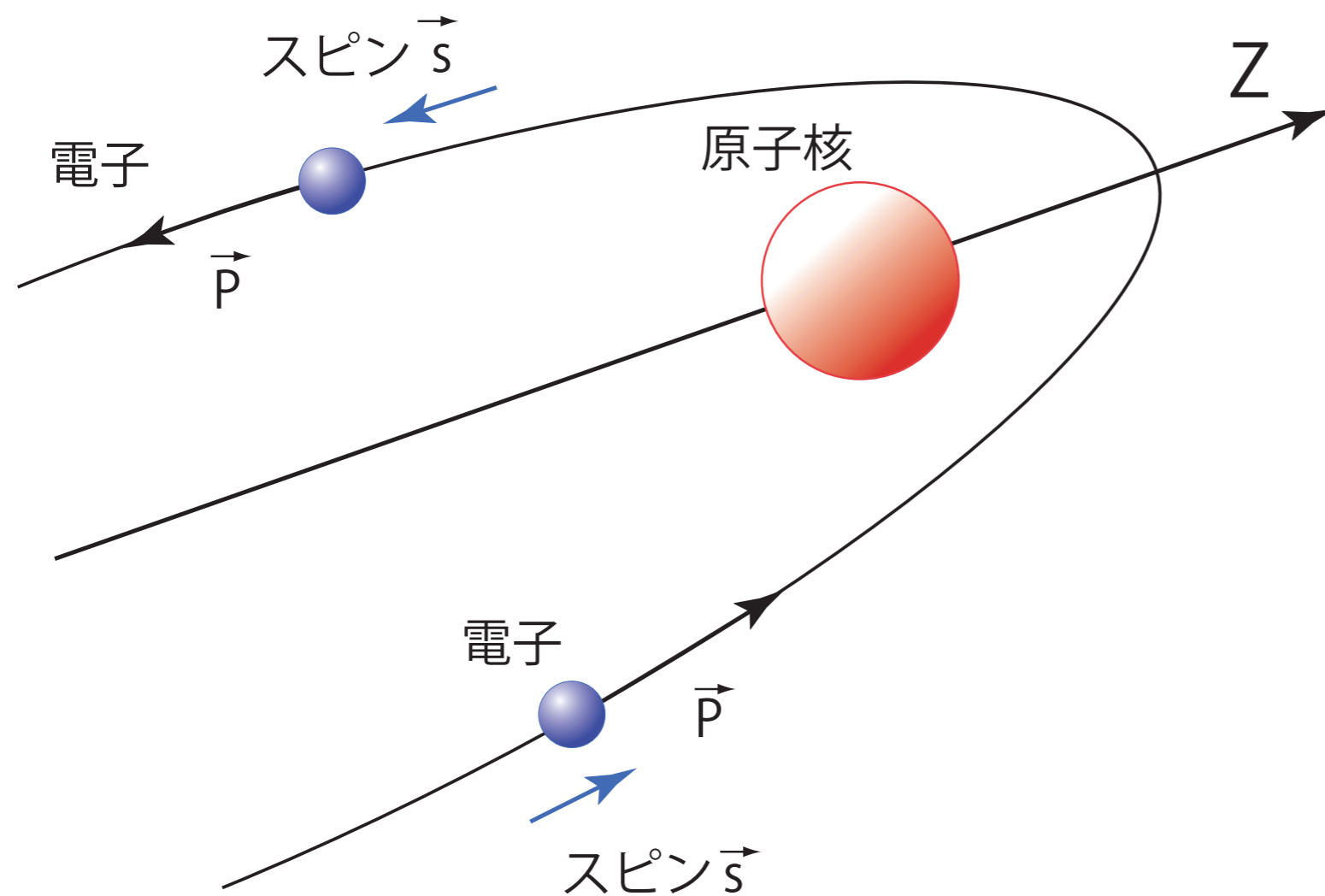
## Mott断面積

- Rutherford断面積に
- **スピン相対論効果**を適用したもの

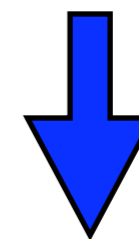


# スピン相対論効果を含めた散乱断面積

## $\beta \rightarrow 1$ (相対論領域)での電子 $180^\circ$ 散乱の考察



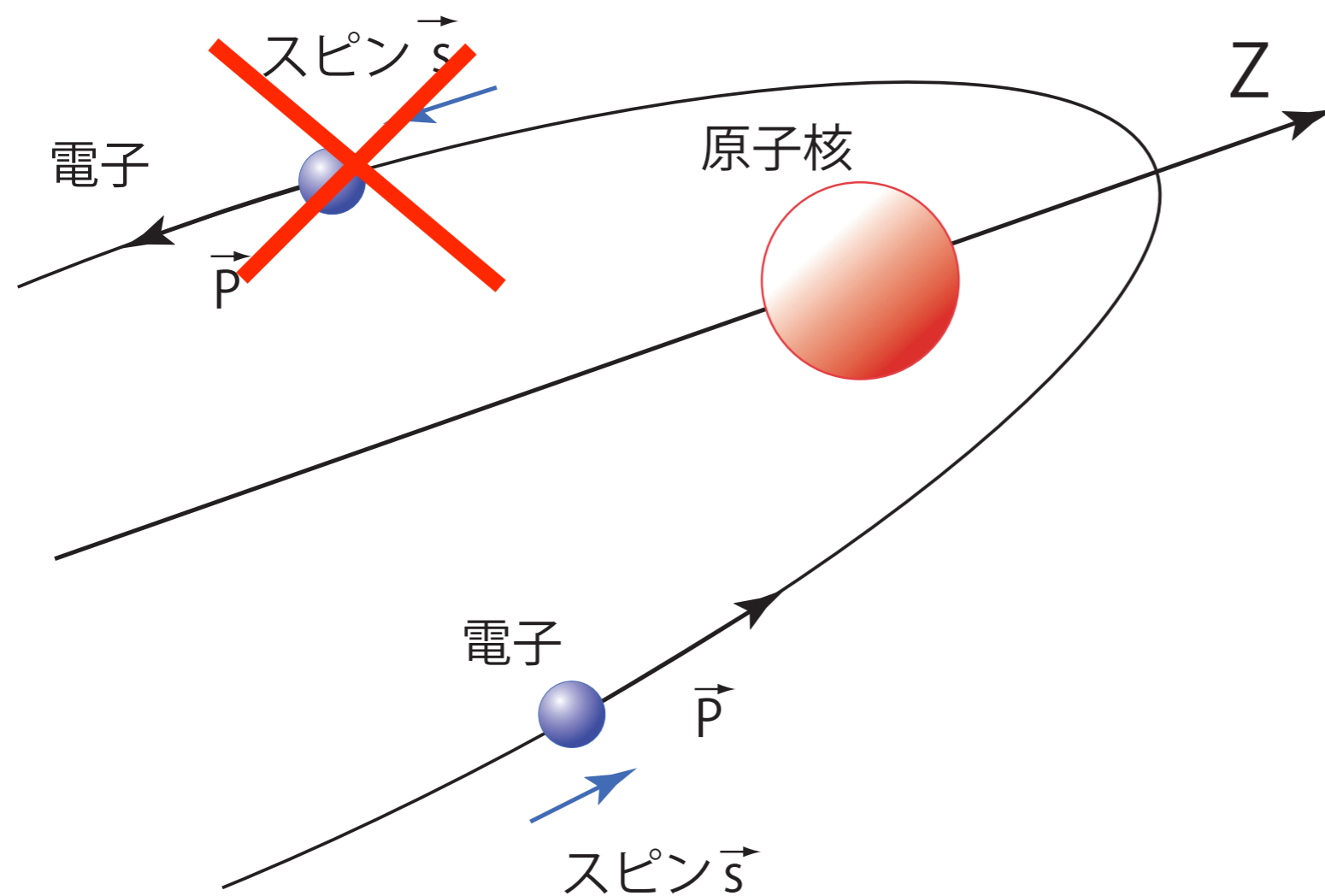
スピンの運動方向 $\vec{p}$   
への射影は**保存量**  
スピン0の原子核では、  
角運動量のz方向を  
変える効果はない



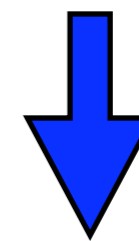
**$180^\circ$ 方向には散乱不可**

# スピン相対論効果を含めた散乱断面積

## $\beta \rightarrow 1$ (相対論領域)での電子 $180^\circ$ 散乱の考察



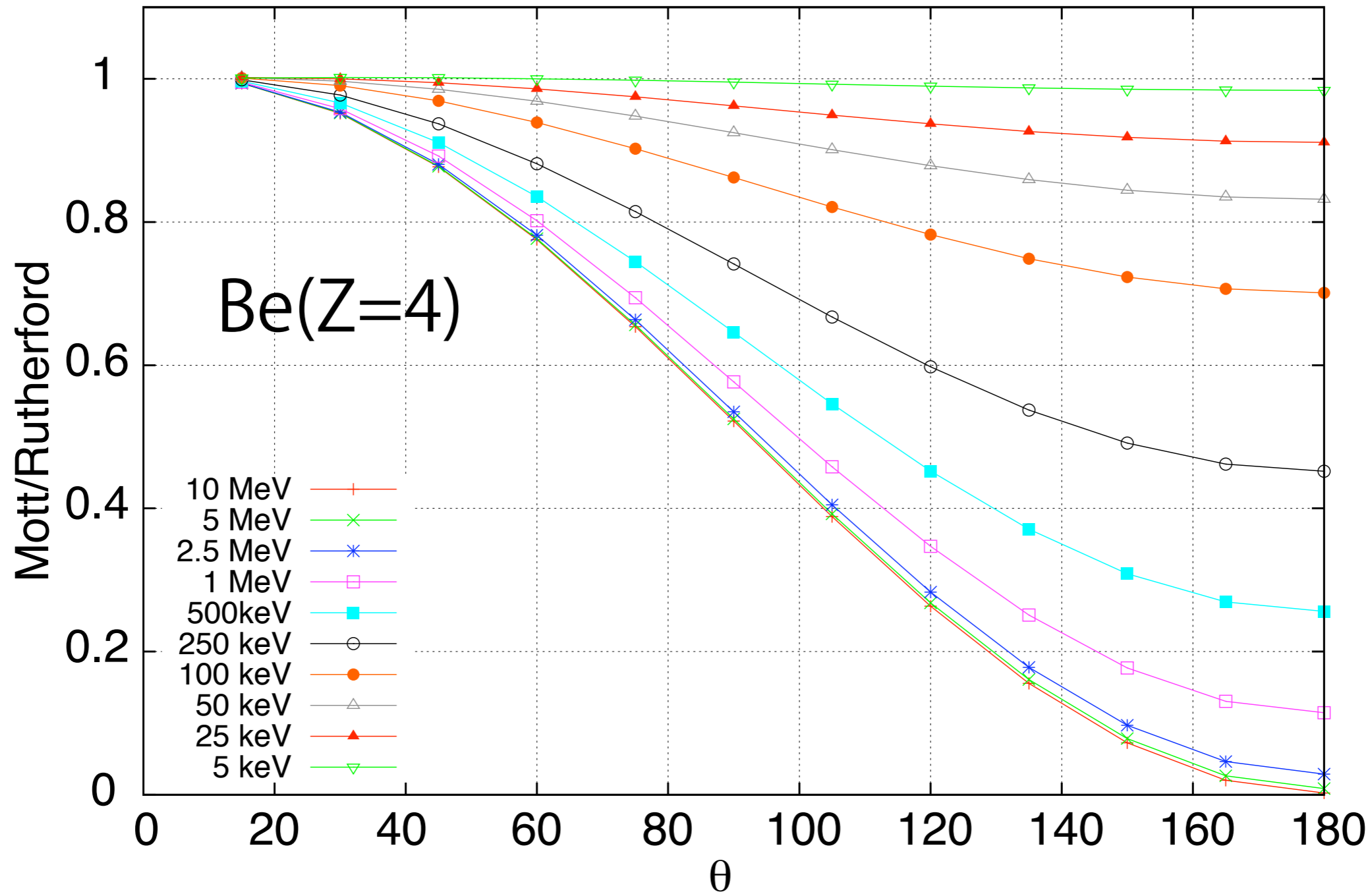
スピンの運動方向 $\vec{p}$   
への射影は**保存量**  
スピン0の原子核では、  
角運動量のz方向を変える効果は  
ない



**180°方向には散乱不可**

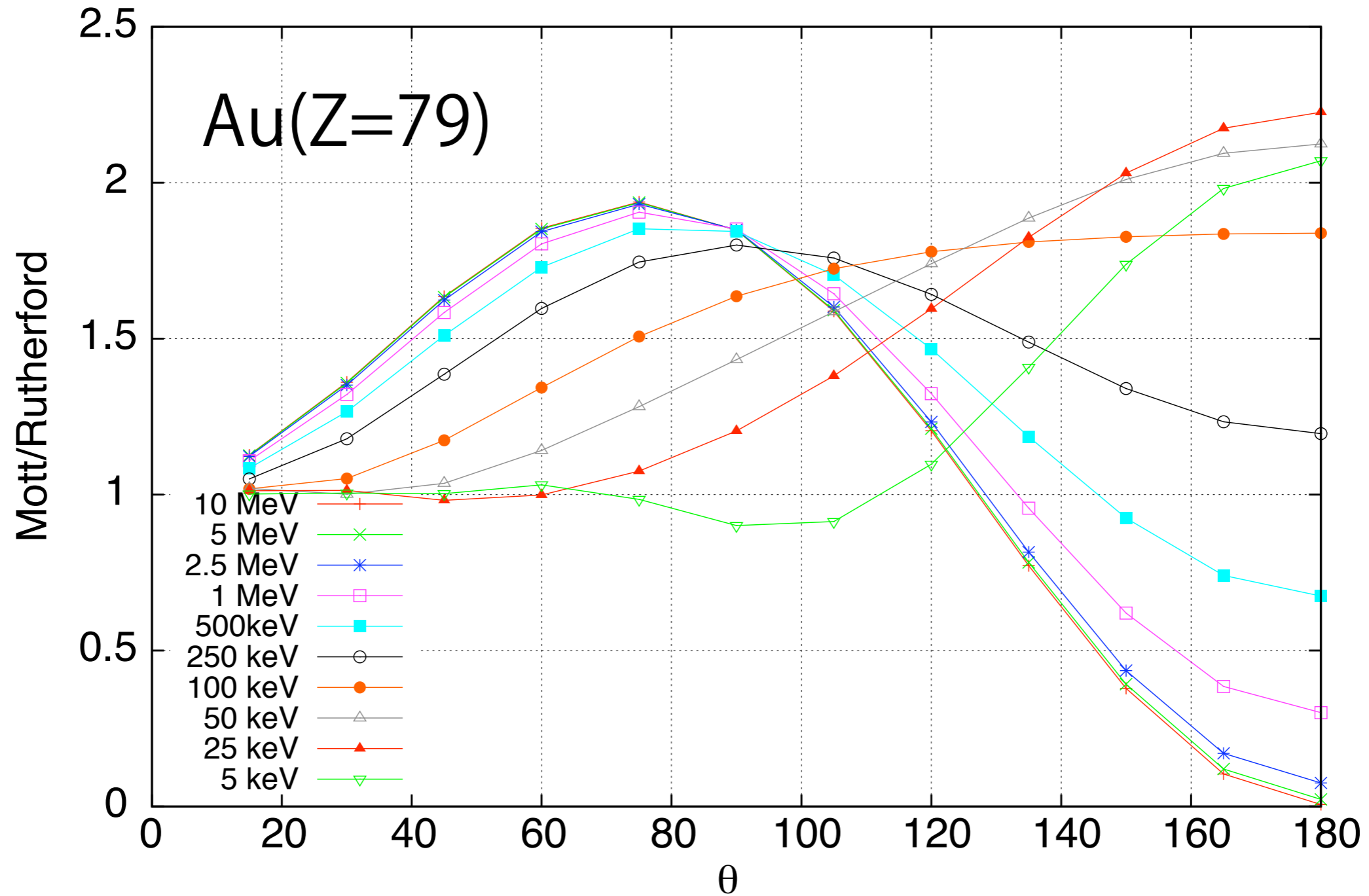
# スピンの効果(Mott/Rutherford の比)

Rutherford散乱をMott散乱に補正するための係数



エネルギーが高くなるほど180°方向の散乱が減少

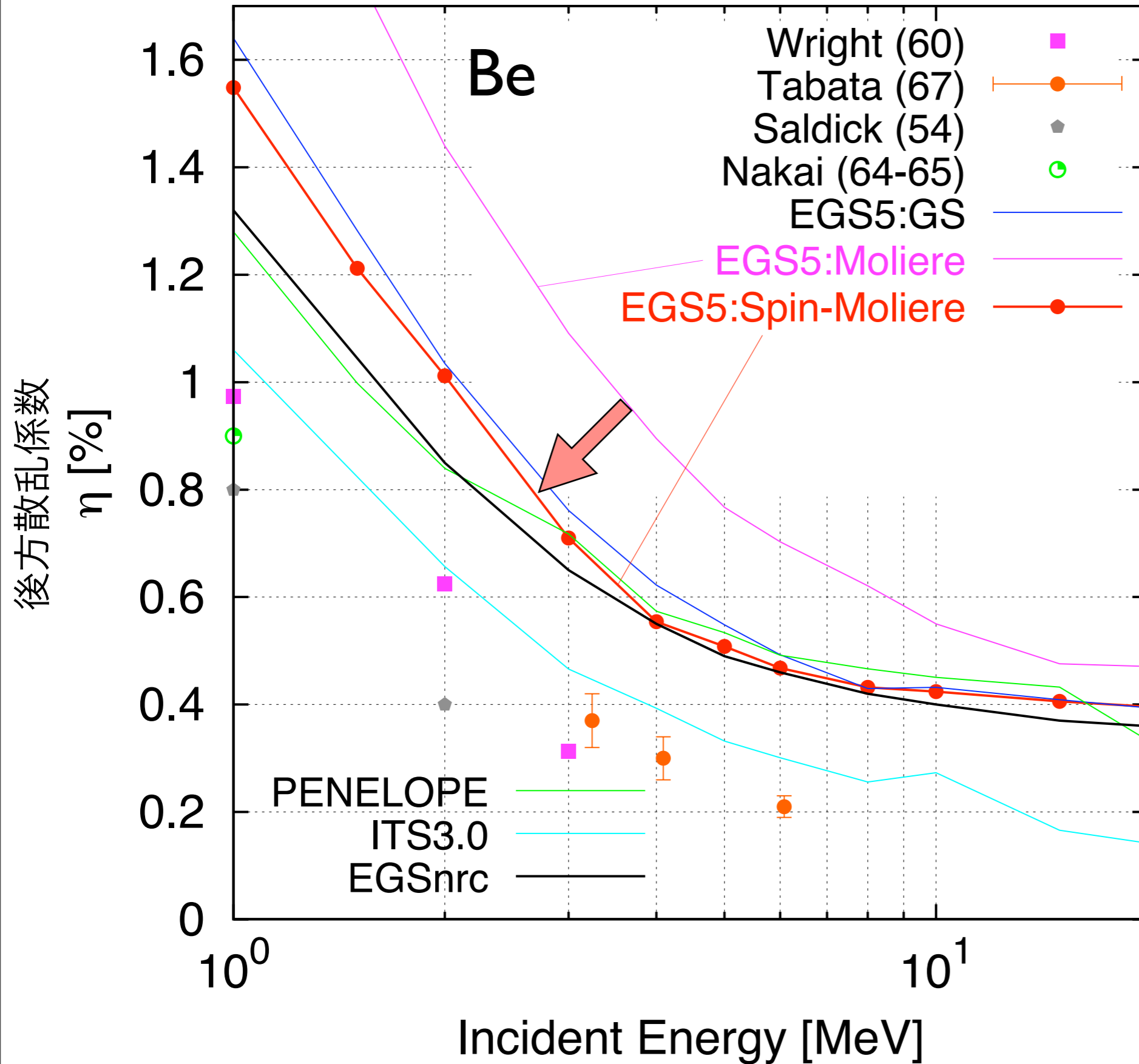
# スピンの効果(Mott/Rutherford の比)



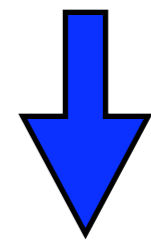
エネルギーが高くなるほど **180°方向の散乱が減少**

散乱角が大きくなると **一度増加し、その後減少**

# スピン相対論効果の適用



●スピン効果を入  
れることによ  
り高エネルギー  
での後方散乱が  
減少した



スピンGSとよく一致

# まとめ

## 電子の輸送散乱モデルの比較

- keV領域でMoliereとGS多重散乱に差異
- 軽い元素でMeV領域にSpin相対論効果による差異

## 実験データと電磁モンテカルロコードの比較

- 軽い元素で実験データと計算値ともに差が顕著
- 重い元素ではどのコードも実験データをよく再現している

## Moliere多重散乱にSpin相対論効果を適用

- Beの1 MeV以上でSpin-GSとよい一致を示した

# 今後の方針

- 重い元素における **スピン相対論効果** の理解
- EGS における Spin-GS と Spin-Molierre の **計算時間** の比較
- 電子輸送における各コードのモデルの理解



# 參考資料

# スピン相対論効果の適用

EGS5のMoliere多重散乱に棄却法を用いてスピン効果を適用

- 乱数を振り、Mott/Ruthより小さい場合は再度多重散乱を計算
- Mott/Ruthの最大値で規格化

