

## 多重散乱ステップサイズについて

2006年2月11日  
平山 英夫、波戸 芳仁

### 1. EfracH, EfracL の考え方

多重散乱のステップサイズの決定を、EGS4 の時と同じようにステップ間でのエネルギーロス割合で決める。エネルギーに関係なく同じ値を使用すると低エネルギー領域では、ステップサイズが小さくなるので、上限エネルギー( $ue$ )に対応する EfracH と下限エネルギー( $ae$ )に対応する EfracL を使用し、途中のエネルギーの電子については、linear-log 内挿で求める。

$$Efrac = EfracH + \{\ln(e - RM) - \ln(ue - RM)\} * \frac{EfracH - EfracL}{\ln(ue - RM) - \ln(ae - RM)} \quad (1)$$

実際の計算では、ステップサイズの影響は、リージョンの大きさによって異なる。この方式は、電子のエネルギーのみに依存することから、どのような値を設定すれば良いかは一般的に決めることは難しい。実際には、値を変えて調べることが必要となる。

### 2. Characteristic Distance とは何か。

厚さ方向には電子の飛程よりも十分厚く、半径は細い円筒が真空中にあるとする。円筒の中心に運動エネルギー  $E(\text{MeV})$  の電子が入射した時の円筒中でのエネルギー吸収を考える(図1)。これは、多重散乱のステップサイズの影響が大きい問題であり、「ほうきの柄」問題 (Broomstick problem) と呼ばれている。

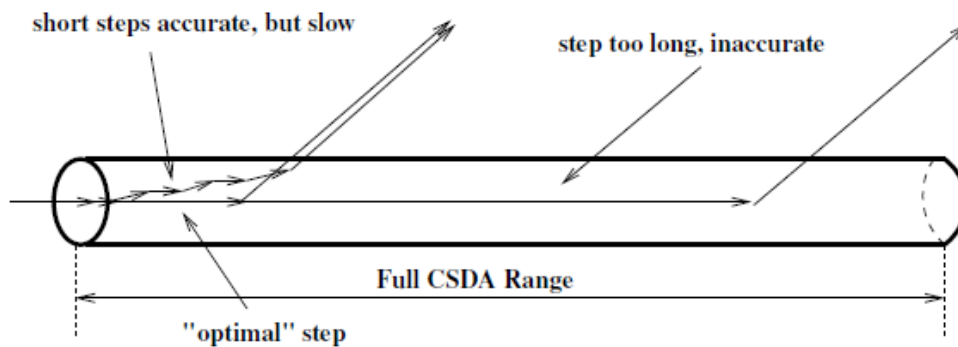


図1 「ほうきの柄」問題の図解(EGS5 マニュアル[1] Fig. 2-15)

様々な円筒の直径( $d$ )について、円筒中での吸収エネルギーの EfracH 依存性を調べる。次図は、Cu に対する 5MeV 電子(飛程=0.380cm)の場合の計算例である。EfracL は EfracH と同じとする。EfracH を小さくしていくと途中で散乱される確率が高くなる。散乱されると、円筒外に出る割合が大きくなり、吸収エネルギーは次第に小さくなり一定値に収束する。物質及び電子のエネルギーをいろいろ変えて、各直径の関数として、吸収エネルギーが一定となる最も大きい EfracH を求め、EfracH \* E に相当するエネルギーロスに対応する距離  $t$  まで  $G_1(t)$  を積分することにより  $K_1$  を求める。

$$K_1(t) = \int_0^t G_1(t') dt' \quad (2)$$

上式は、エネルギーに関する積分の式

$$K_1(e, e_1) = \int_{e_1}^e \frac{G_1(e')}{(dE/dx)} de' \quad (3)$$

と書き換えることができる。ここで、 $e$  は  $t=0$  の時のエネルギーで、 $e_f = e^*(1 - \text{EfracH})$  は  $t$  まで移動した時のエネルギーである。また、

$$-de = \left( \frac{dE}{dx} \right) dt \quad (4)$$

である。(pegs5 内では、エネルギーに関する式を使用している。)

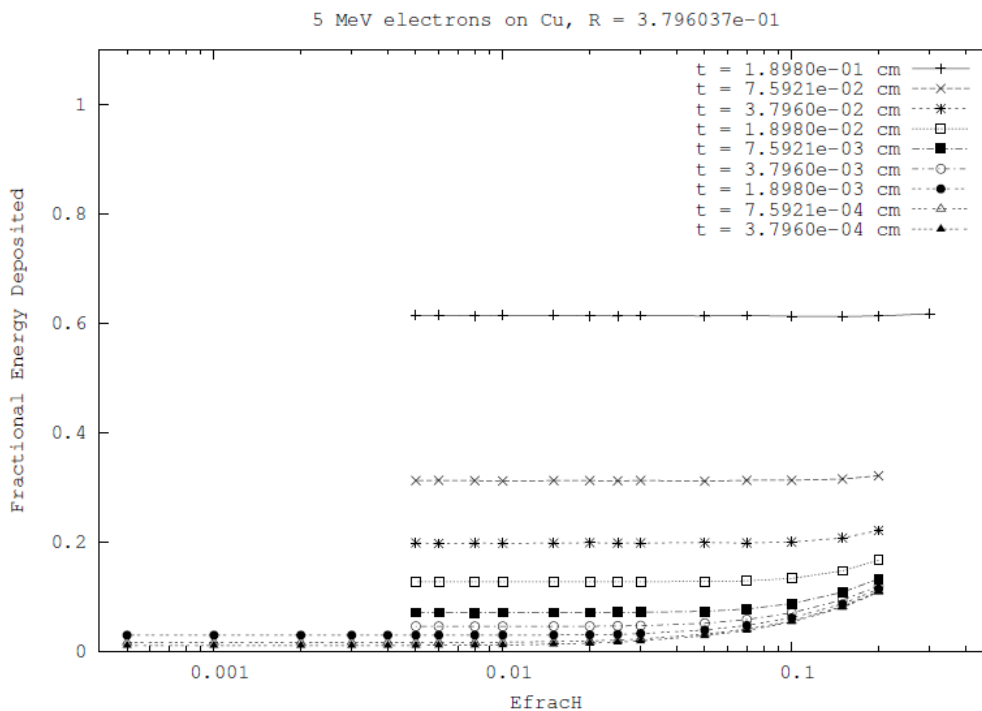


図2 「ほうき柄」領域へのエネルギー付与の収束。物質は銅。  
電子の運動エネルギーは 5MeV(EGS5 マニュアル[1] Fig. 2-16)

円筒の直径を Characteristic Distance とし、式(3)で  $K_1$  を求める。広範囲の物質、エネルギー、直径について計算を行い、データベースを作成した。その例を図3, 4に示す。この様にして求めた  $K_1$  は、「ほうき柄」問題という極端な場合にも 1%の精度で吸収線量を計算することが出来るので、通常の計算においては Characteristic Distance として物質毎に、その物質で構成されるリージョンのサイズの最も小さい値(円筒の直径と長さの小さい方、ボクセルの単位等)を設定し、その値に対応する多重散乱のステップサイズを使用すれば良いといえる。このように、Characteristic Distance は、物質毎に指定する。

次に、領域毎に多重散乱ステップの制御を変更するためのオプションな方法を2つ紹介する。第1の方法は、同じ物質で、リージョンサイズが極端に異なる場合に対応するもので、物質名を変えて同じ物質を2種類作り、それぞれに対応する Characteristic Distance を指定するという方法である。第2の方法は、散乱強度  $K_1$  をリージョン毎にス

ケーリングするというオプションを用いる方法である。しかしながら、 $K_I$ と Characteristic Distance は比例関係にないため、領域サイズの比から導出したスケールリング因子を  $K_I$  に掛けて得られた値は、同じスケールリング因子を Characteristic Distance に掛けた Characteristic Distance に対する  $K_I$  とは一致しない点に注意を要する。

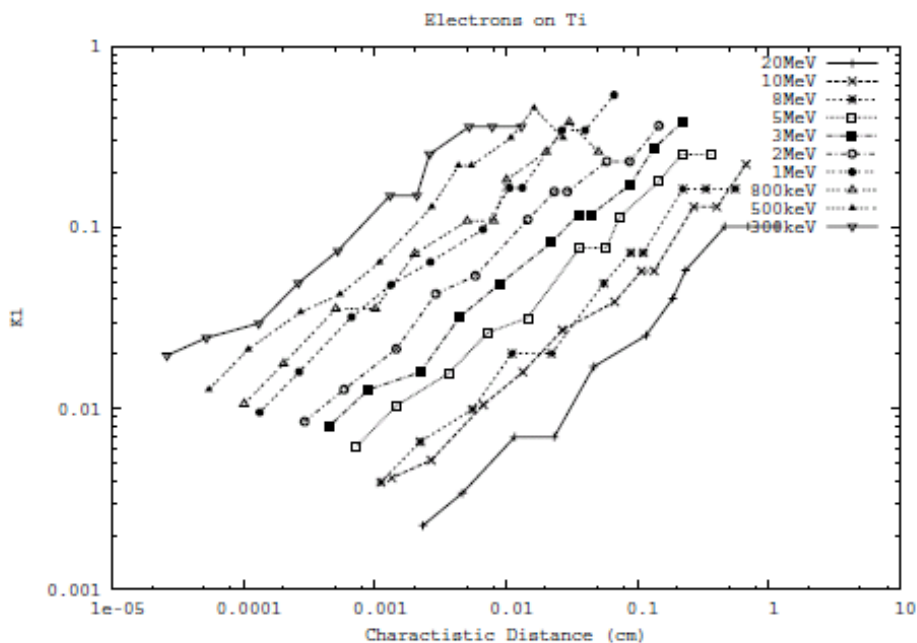


図3 最適な初期散乱強度  $K_I$  対ほうき柄の直径。Ti の場合のエネルギーによる違い。(EGS5 マニュアル[1] Fig. 2-17)

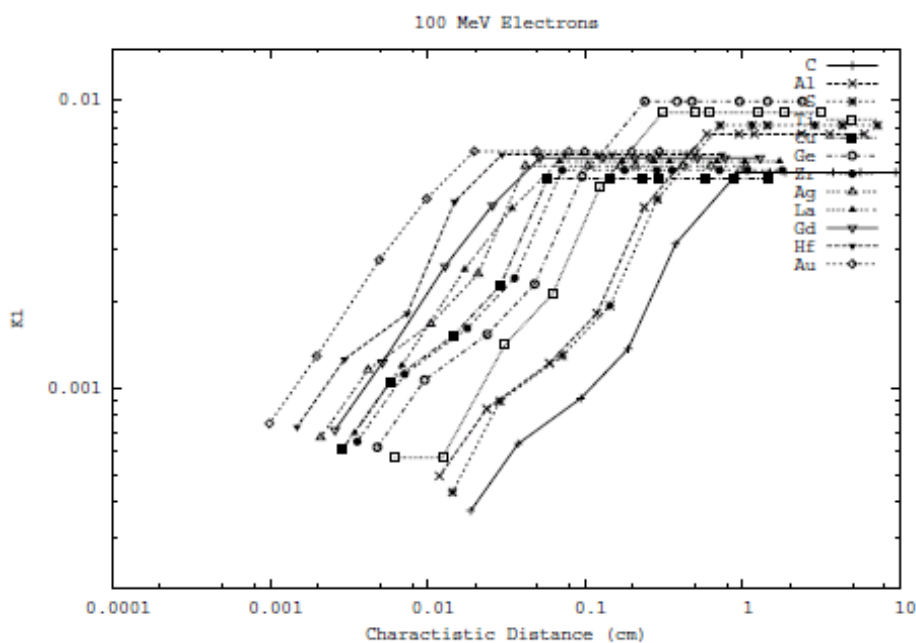


図4 最適な初期散乱強度  $K_I$  対ほうき柄の直径。100MeV 電子に対する物質による違い。(EGS5 マニュアル[1] Fig. 2-18)

3 . 「ほうきの柄」問題への EfracH、EfracL 及び Characteristic Distance の影響を調べるユーザーコード(ucbroomstick\_t.f)

### 3 . 1 ユーザーコードの概要

#### (1) 物質と形状

真空中に置かれた CSDA 飛程の 2 倍の長さで、CSDA 飛程の 0.001 から 0.5 倍の直径を持つ銅の円筒

#### (2) CSDA 飛程の長さ

使用する物質 (Al, Cu 又は Cu) について、入射エネルギーに対応する表 1 の値を入力する。

#### (3) Characteristic Distance の値

円筒の直径の長さに入力した係数を掛けた値を chard(1)とする。

従って、0.0 を入力すると chard(1)=0.0 となり、inp ファイルで指定した EfracH、EfracL による計算となる。

#### (4) estepe, estepe2

それぞれの値を入力

#### (5) 入射粒子

電子

#### (6) 入射電子の運動エネルギー

ue-RM 以下の値を入力。ue-RM より大きい値を入力するとエラーメッセージと共に、再入力が要求される。

運動エネルギーを上げたい場合には、inp ファイル中の ue の値を変更する。

EfracH、EfracL のよる計算の場合は、ue の値を線源の運動エネルギー+RM に近い値とする。

#### (7) 出力

(a) 計算時間、estepe と estepe2、運動エネルギー、円筒の直径、ヒストリー数

(b) Characteristic Distance の値、ue、設定した Characteristic Distance での連続エネルギー損失、線原粒子に対する  $K_1$  (kinit0)とそれに対応する移動距離 (tmscat0)

(c) 各リージョンのエネルギー付与の割合

### 3 . 2 実習課題

1 . 電子又は陽電子のエネルギーと最初の平板の厚さを固定して、Characteristic Distance の値 (0 で EfracH、EfracL を使用する場合を含む) により計算時間と結果がどの様になるか調べる。

(個々の結果は、ファイルに保存しておく。)

2 . 同じ条件で、estepe, estepe2 を変えた場合どうなるか。

3 . 円筒の直径を変えた場合にどうなるか。

4 . 入射粒子のエネルギーを変えた場合にどうなるか。

5 . 物質を変えた場合にどうなるか。

4 . EfracH、EfracL 及び Characteristic Distance の使い方と、計算結果への影響を調べるサンプルユーザーコード (ucetrans\_t.f)

### 4 . 1 ユーザーコードの概要

#### (1) 物質と形状

アルミニウムの 2 つの平板 (厚さは、個々に入力する) の後に、10cm の真空領域

#### (2) Characteristic Distance の値

最初の平板の厚さに入力した係数を掛けた値が chard(1)として使用される。  
従って、0.0を入力すると、chard(1)の値が 0.0 となり、inp ファイルで指定した EfracH、EfracL による計算となる。

(3) estepe, estepe2

それぞれの値を入力

(4) 入射粒子の種類

電子(-1)か陽電子(1)を入力(1以外の時は、電子 -1 となる。)

(5) 入射粒子の運動エネルギー

ue-RM 以下の値を入力。ue-RM より大きい値を入力するとエラーメッセージと共に、再入力が必要される。

運動エネルギーを上げたい場合には、inp ファイル中の ue の値を変更する。

EfracH, EfracL のよる計算の場合は、ue の値を入射粒子の運動エネルギー+RM に近い値とする。

(6) 出力

(a) 計算時間、粒子の種類、運動エネルギー、平板の厚さ、ヒストリー数

(b) ue、設定した Characteristic Distance での連続エネルギー損失、入射粒子粒子に対する  $K_I$  (kinit0)とそれに対応する移動距離(tmscat0)、Characteristic Distance を決めるために入力した係数と Characteristic Distance の値、estepe, estepe2

(c) 各リージョンのエネルギー付与量と割合

(d) 最初の平板中の吸収エネルギー分布

(e) 平板 1 と 2 の境界での電子又は陽電子のエネルギースペクトル

#### 4.2 実習課題

1 .電子のエネルギーと円筒の直径を固定して、Characteristic Distance の値(0で EfracH, EfracL を使用する場合を含む)により計算時間と結果がどの様になるか調べる。

(個々の結果は、ファイルに保存しておく。)

2 . 同じ条件で、estepe, estepe2 を変えた場合どうなるか。

3 . 平板の厚さを変えた場合にどうなるか。

4 . 線源粒子のエネルギーを変えた場合にどうなるか。

5 . 物質を変えた場合にどうなるか。

#### 引用文献

[1] H. Hirayama, Y. Namito, A.F. Bielajew, S.J. Wilderman and W.R. Nelson, “*The EGS5 Code System*”, SLAC-R-730 (2005) and KEK Report 2005-8 (2005).

表 1 電子の CSDA 飛程 (cm)

Energy (MeV)	Al	Cu	Pb	Energy (MeV)	Al	Cu	Pb
0.1	0.00693	0.00248	0.00274	5.5	1.25	0.415	0.349
0.125	0.0101	0.00358	0.00391	6	1.36	0.448	0.373
0.15	0.0136	0.00482	0.00520	7	1.57	0.512	0.420
0.175	0.0174	0.00616	0.00660	8	1.78	0.574	0.462
0.2	0.0215	0.00760	0.00809	9	1.98	0.633	0.503
0.25	0.0304	0.0107	0.0113	10	2.17	0.690	0.540
0.3	0.0401	0.0141	0.0147	12.5	2.64	0.823	0.626
0.35	0.0504	0.0177	0.0183	15	3.08	0.946	0.701
0.4	0.0612	0.0214	0.0220	17.5	3.51	1.06	0.768
0.45	0.0723	0.0256	0.0258	20	3.91	1.16	0.828
0.5	0.0837	0.0292	0.0296	25	4.67	1.35	0.933
0.55	0.0954	0.0332	0.0335	30	5.37	1.52	1.023
0.6	0.107	0.0373	0.0374	35	6.02	1.68	1.10
0.7	0.131	0.0456	0.0454	40	6.63	1.81	1.17
0.8	0.156	0.0541	0.0533	45	7.20	1.94	1.23
0.9	0.181	0.0625	0.0612	50	7.74	2.06	1.29
1	0.205	0.0711	0.0691	55	8.24	2.16	1.34
1.25	0.268	0.0924	0.0885	60	8.73	2.26	1.39
1.5	0.330	0.114	0.107	70	9.62	2.45	1.47
1.75	0.392	0.134	0.126	80	10.4	2.61	1.54
2	0.453	0.155	0.144	90	11.2	2.76	1.61
2.5	0.574	0.195	0.178	100	11.9	2.89	1.67
3	0.692	0.234	0.210				
3.5	0.809	0.272	0.240				
4	0.923	0.309	0.269				
4.5	1.03	0.345	0.297				
5	1.15	0.380	0.324				