Haselgrove Method(HM)の遮蔽計算への応用

㈱　ナイス　江連 秀夫

まえがき：単純なモンテカルロ法(MC)によって関数の積分値を求める方法は、一様乱数に対する関数の期待値を求めるものである。これに対してHMは準乱数を用いる。両者を用いて円線源に遮蔽がある場合の減衰関数を求めて、両者の特徴を示す。

方法：

$$F=\int_0^1 dx_1\int_0^1 dx_2\cdots\int_0^1 dx_m f(x_1,x_2,\cdots x_m) \tag{1}$$

はMCを適用すると次式で表される。

$$\langle f\rangle=\frac{\sum_{i=1}^{n} f(R_{1i},R_{2i},\cdots,R_{mi})}{n} \tag{2}$$

ここで、 R_{ij} ：一様乱数[0,1]。

統計誤差|<f>-F|は$O(n^{-1/2})$と表される。これに対してHM[1])は次のように表される。

$$s(n)=\sum_i c_{ni} f([i\alpha_1],[i\alpha_2],\cdots[i\alpha_m]) \tag{3}$$

c_{ni}： $n\to\infty$に対して$|s(n)-F|\to 0$が成立するような係数

α_m:非有理数　　　　[$i a_m$] :準乱数、括弧の中は小数を意味する。

s(n)は次式で表される。

$$s_1(n)=\frac{\sum_{i=-n}^{n} f([i\alpha_1],[i\alpha_2],\cdots[i\alpha_m])}{2n+1} \tag{4a}$$

$$s_2(n)=\frac{\sum_{i=-n}^{n} (n+1-|i|)f([i\alpha_1],[i\alpha_2],\cdots[i\alpha_m])}{(n+1)^2} \tag{4b}$$

統計誤差$|s_r(n)-F|$は$O(n^{-r})$と表される。

遮蔽計算への適用：一様なデスク線源(図１参照)からの線束は次式で表される。

$$\phi=\frac{S_a}{4\pi}G_1(d/R,a/R,\mu t) \tag{5a}$$

$$G_1(d/R,a/R,\mu t)=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^R dr\frac{\exp\left(-\mu t\sqrt{r^2+d^2-2rd\cos\varphi+a^2}\Big/a\right)}{r^2+d^2-2rd\cos\varphi+a^2}\cdot r \tag{5b}$$

MC、HMによるサンプリング数に対する減衰関数G_1の計算結果をFig.2に示す。これからs_2は収束の早いことが分かる。

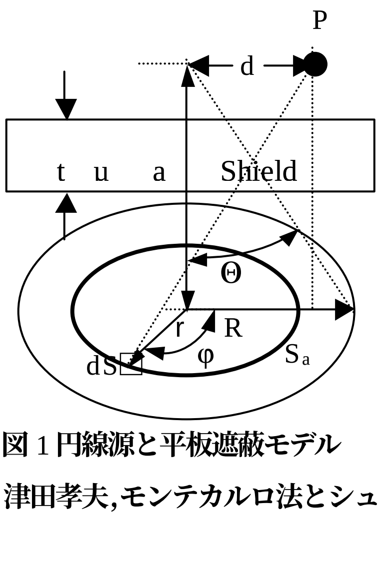

図１円線源と平板遮蔽モデル

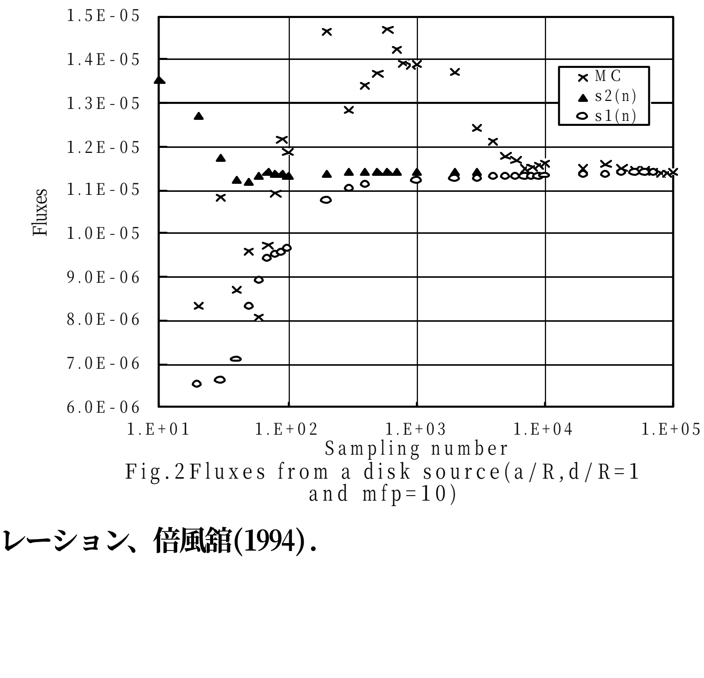

Fig.2Fluxes from a disk source(a/R,d/R=1 and mfp=10)

1) 津田孝夫,モンテカルロ法とシュミレーション、倍風舘(1994).