断面積分割法とモリエール展開の確率解釈

中塚　隆郎、　桶井　一秀[†]

岡山商科大学商、　[†]岡山大理

単一散乱 σ を分割角 χ'_{B} で、それより小さい穏やか散乱 σ_{M} とそれより大きい大角散乱 σ_{L} に分け、モリエール過程の諸性質を分析し応用を画る：

$$\sigma = \sigma_{\mathrm{M}} + \sigma_{\mathrm{L}}. \tag{1}$$

モリエール展開は分割角 $\chi_{\mathrm{B}} = \sqrt{e}\chi_{\mathrm{a}} e^{B/2}$ に対応する、ここに $\sqrt{e}\chi_{\mathrm{a}}$ は遮蔽角である。頻度の多い穏やか散乱の形成する中心ガウス分布を先ず考え、頻度の少ない大角散乱の１散乱ごとに期待角分布を補正していく、これがモリエール展開の物理的実像である。実際このとき荷電粒子が径路を通じて大角散乱 σ_{L} を受ける確率 p は

$$p \;\equiv\; \int_0^t dt \int_0^\infty \sigma_{\mathrm{L}}(\chi) 2\pi\chi d\chi = \frac{t}{\Omega} e^{-B+\Omega-2+2C} = \frac{1}{B} e^{2C-2} \tag{2}$$

となる。このことからこれまで展開係数とか形状係数として理解されていた係数 B について、B^{-1} が実は大角散乱 σ_{L} の確率を表していることが理解される、ただし数係数 e^{2-2C} がかかる。モリエール展開を確率 p で表現すると

$$f(\vartheta) d\vec{\vartheta} = d\vec{\vartheta} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} p^k f_{\mathrm{M}} * \{\sigma_{\mathrm{L}} - 1\}^{(k)}, \tag{3}$$

ここに肩字 (k) は k-回連続たたみ込みを示す、また f_{M} は穏やか散乱の形成する中心角分布である。

この物理的実像を基本に、我々は電離損失過程におけるモリエール分布のサンプリングシーケンスの高速化を目指す。前段落の考えの下で角分布は

$$f(\vartheta) d\vec{\vartheta} = e^{-p} d\vec{\vartheta} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} p^k f_{\mathrm{M}} * \sigma_{\mathrm{L}}^{(k)} \tag{4}$$

のポアソンサンプリングで得られる。２つの展開 (3) と (4) は同等である。我々は角 χ_{B} での分割について角分布の再構成を試みた。ところがこの場合周波数成分の高次の項の影響により、初項となる中心角分布に図１のようにガウシアンからの歪みが見られた。これは発達の厚さが不十分なため、穏やか散乱の積

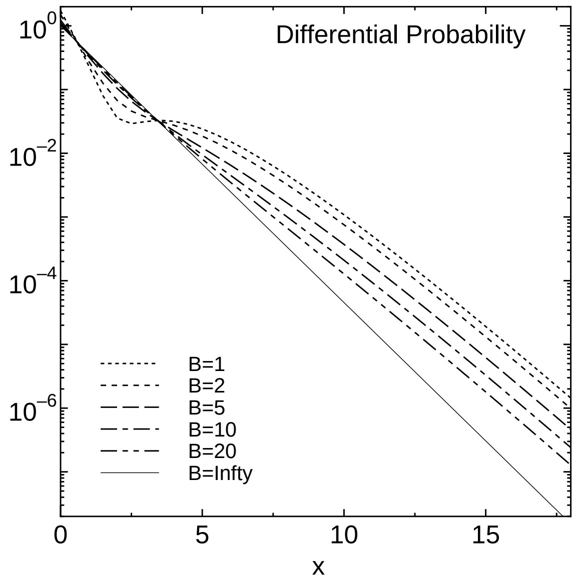

図 1: Central distribution produced by the moderate scattering, divided at χ_{B}. x denotes ϑ^2.

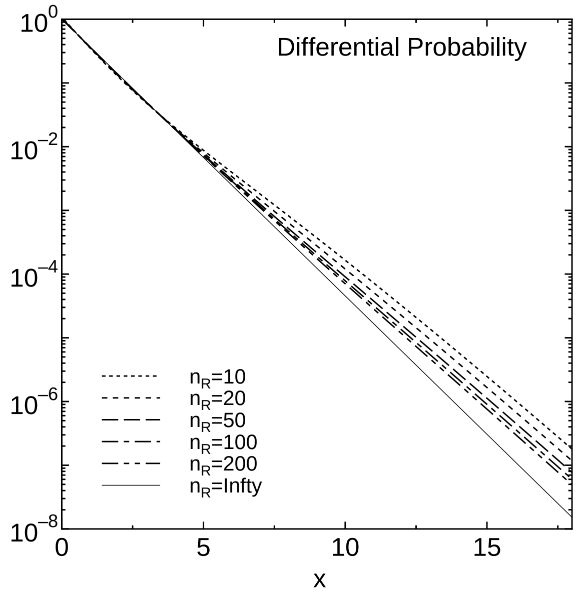

図 2: Central distribution produced by the moderate scattering, divided at χ_{C}. x denotes ϑ^2.

み重ねがガウシアン分布に未だ至ってないことによる。そこで我々は分割角をよく知られる１回散乱角 χ_{C} まで小さくし、穏やか散乱の角度域を狭く取った。このときは中心角分布は図２のごとく十分ガウシアンとみなすことができた。我々は初項サンプリングの容易さの理由で χ_{C} を分割角として採ることにした。この方法で得られた角分布はモリエール分布をよく再現するものであった。